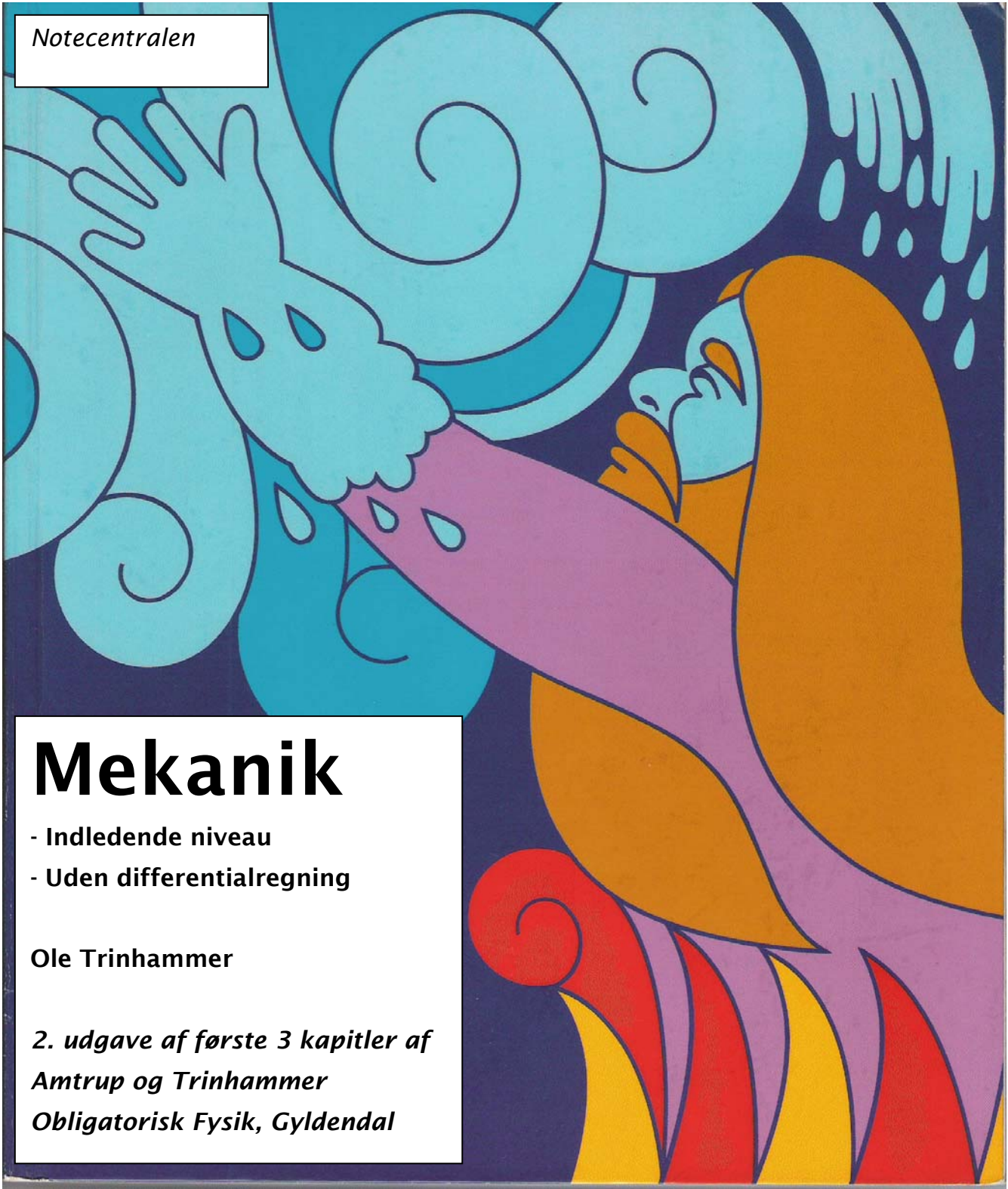




Notecentralen

Mekanik

- Indledende niveau
- Uden differentialregning

Ole Trinhammer

*2. udgave af første 3 kapitler af
Amtrup og Trinhammer
Obligatorisk Fysik, Gyldendal*

Indhold

Forord	1	KRÆFTER	24
Gode råd til eleven	1	Træghedsprincippet	25
		Kraftoverskud	26
		Kraft og acceleration	28
		Massefylde	29
		Tyngdeloven	31
		Aktion og reaktion	32
		Luftmodstand	32
		Gnidning	35
		Fjederkræfter	37
		Tryk	39
		Opdrift	40
BEVÆGELSE	4		
Tid og sted	4		
Hastighed	5		
Acceleration	6		
GODE VANER	12		
Nulpunktsfejl, bedste rette linie	12	ARBEJDE OG ENERGI	46
Regning med enheder	13	Mekanisk arbejde	46
Usikkerhed	15	Rumfangsarbejde	47
Betydende cifre	17	Energi	48
Ekspontiel notation	19	Potentiel energi	49
Afvigelse	19	Kinetisk energi	51
Fejlkilder	20	Mekanikkens energisætning	53
		Effekt	56

NYT FORORD

Nærværende materiale gennemgår mekanikken uden brug af differentialregning. Materialet er brugt gennem mange år til den indledende undervisning i 1g.

Efter 2005-reformen kan man tage fysik på B-niveau uden nødvendigvis at have differentialregning til rådighed. Efter aftale med Gyldendal har materialet her i mange år ligget tilgængeligt på notecentralen. Det stilles hermed til rådighed på den nye elektroniske notecentral.

Under læsning af forordet nedenfor kan man i stedet for Obligatorisk fysik bladre i en anden fysikbog.

Ole Trinhammer, januar 2007

Forord

Disse noter erstatter teksten i de første tre kapitler af OBLIGATORISK FYSIK af Torben Amtrup og undertegnede på Gyldendal 1992. Flere års erfaringer har vist behovet for at forenkle disse kapitler, hvis man ønsker at benytte dem som indledende lærebogstekst. Jeg har beholdt ideen med at opbygge de grundlæggende begreber og enhedssystemet, men gør nu mere ud af at understrege proportionaliteter. Samtidig benytter jeg lejligheden til at udvide den beskrivende tekst med flere eksempler. Og tilføje et afsnit om betydende cifre, som både elever og kolleger har bedt om. Endelig forklarer jeg flere steder, hvis der er faldgruber, som eleverne nok skulle kunne finde selv, men som de erfaringsmæssigt alligevel overser.

Jeg håber, at det ikke går ud over den selvstændighed i stoftegnelsen, som vi grundlæggende tilstræber, men at det derimod kan føre til selvstændighed på et mere kvalificeret niveau.

Ole Trinhammer maj 1996

CODE RÅD TIL ELEVEN

Du kan ikke læse denne bog som du læser normalt.

Normalt læser du sikkert temmelig hurtigt. Det må man ikke, når man læser fysik (eller matematik eller kemi). Læs højt inden i hovedet, når du læser denne bog. Læs en sætning ad gangen. Hold pause. Tænk over hvad der stod i sætningen. Forstod jeg det? Kan det passe? Hvorfor er det sådan?

Hvis du læser på denne måde, vil du opdage, at der står meget i hver enkelt sætning. Det er derfor man kan skrive to års pensum på cirka 150 sider!. En af mine elever, Christian, sagde engang om en anden fysikbog, der var i samme stil, som den du nu sidder med, at det var et "professorsprog". Da jeg spurgte ham, hvad han mente med det, svarede han det, jeg skrev ovenfor, at der stod så meget i hver sætning.

De korte formuleringer er typiske for fysik. Mange oplever dem som svære. Jeg tror, at det er fordi, de glemmer at læse langsomt. Når man har vænnet sig til det, er det i hvert fald sikkert, at man nemmere kan finde ud af, hvad der er vigtigt og hvad der ikke betyder så meget. Derfor er bogen kort.

Brug nu 10 minutter til at blade bogen igennem. Se i indholdsfortegnelsen. Blad om til tabellerne. Se på Solsystemet. Fik du set i indholdsfortegnelsen? Hvis nej, hvorfor ikke? Der stod jo at du skulle gøre det. Ikke blot at du skulle læse at du skulle gøre det! Hvis du ikke slår op de steder i teksten, hvor der bliver henvist til, vil du ikke få nær så meget

ud af bogen, som vi har tænkt os. Meningen med at du skulle slå op var at vække din nysgerrighed. Se på sidste side, hvor du kan finde konstanter og græske bogstaver. Prøv at finde facitlisten. Nyd akvarellerne. Og tænk over dem, når du skal til at læse det kapitel de dækker. Hvorfor er det mon lige det billede? Slå op i stikordsregistret og find ordet 'energilagring'. NU ved du lidt om, hvad du kan bruge bogen til.

Mange elever oplever, at der er så forfærdeligt mange formler at huske. Men det er nu ikke så galt, som det først ser ud. Vi har nummereret de formler, der er vigtige, og samlet dem i en formelliste bag i bogen. Dem, der ikke har et nummer i parentes til højre, kan det ikke betale sig at huske. De vil kunne findes ud fra dem med numre.

I øvrigt, er det IKKE formlerne der er vigtige, men de fysiske argumenter, der begrunder dem. Du kan hjælpe dig selv til at blive mere klar over fysikken ved at sige indeni dig selv når du læser en formel, hvad bogstaverne står for. Albert Einsteins berømte formel $E=mc^2$ skal altså læses: energien er lig med massen gange lysets hastighed i anden. Når du så skal bruge formelen til for eksempel at finde ud af, hvor meget Solen taber sig på et sekund på grund af sin energiudsendelse, kan du omskrive formelen ved bogstavregning.

$$E=mc^2 \Leftrightarrow \frac{E}{c^2}=m \Leftrightarrow m=\frac{E}{c^2}$$

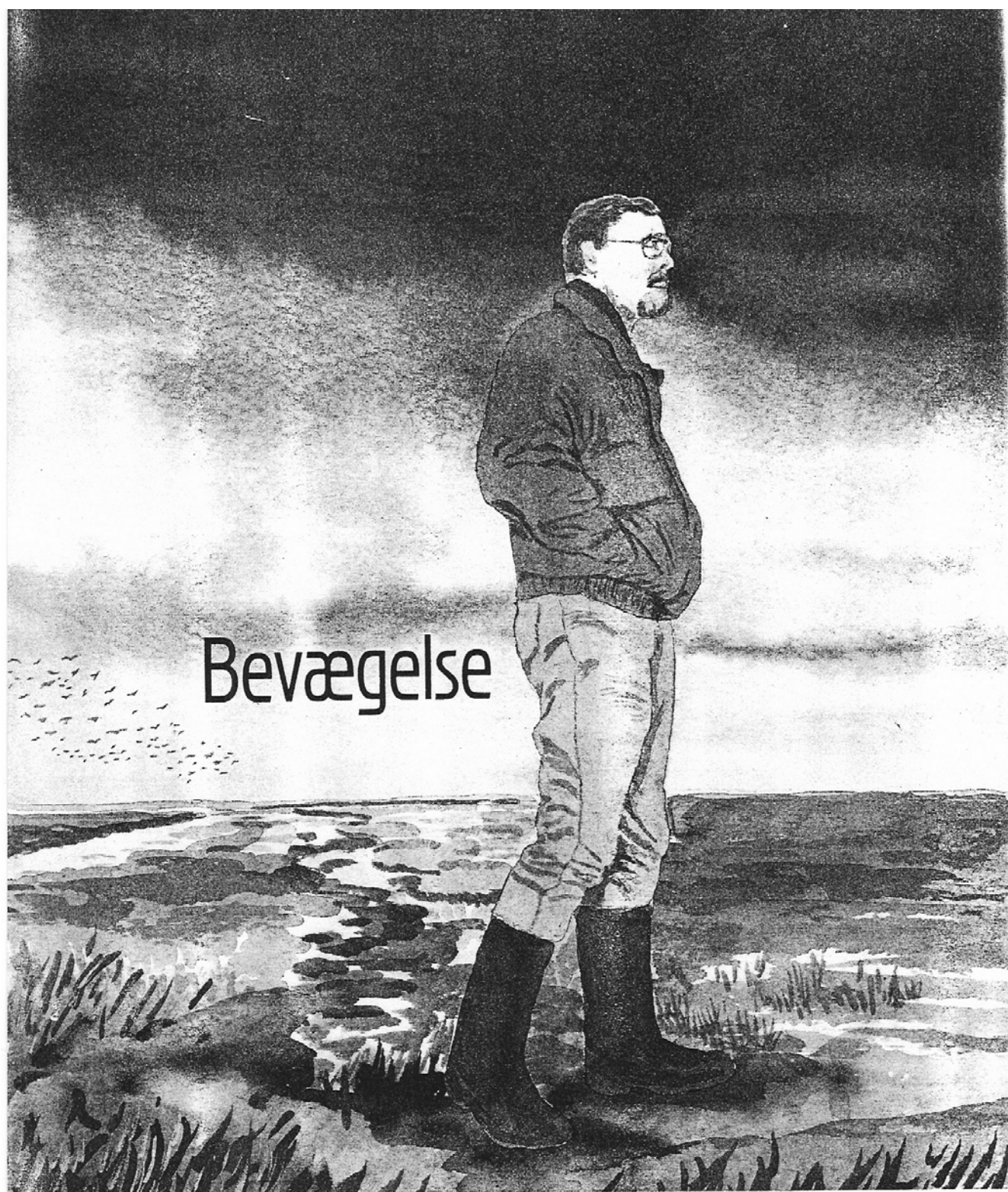
Mens du regner kan du blot tænke i bogstaver. Men til slut er det en god vane at udtrykke fysikken: Massetabet er lig med energien, der udsendes, divideret med lysets hastighed i anden. Resultatet er for øvrigt 4 millioner tons pr. sekund! Når du kommer længere hen i bogen vil vi gå ud fra at du selv kan foretage omskrivninger som ovenfor. Det vil så være vigtigt at du GØR det. Ellers vil du tabe følingen med, hvad der foregår.

Vi håber, at disse råd kan hjælpe dig til at det spændende ved fysikken ikke drukner i det svære.

God fornøjelse med læsningen.

Indhold:

4	Tid og sted
5	Konstant hastighed
6	Acceleration
6	Frit fald
8	Strækning og tid, Galileis faldlov
5	Eksempel 1
6	Eksempel 2 - 3
9	Eksempel 4



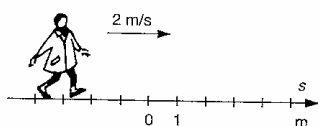
Det nyfødte barn lærer ved sine iagttagelser. Det registrerer sine omgivelser ved at lytte, lugte og smage. Senere ved at se og føle. Barnet registrerer omgivelsernes eksistens: form, hårdhed, farve, og deres opførsel: bevægelse, reaktion på påvirkninger. Bevægelse er et forløb i tid. De simpleste bevægelser registrerer man som ændringer i omverdenens udseende. Tænk for eksempel på en fugl, der flyver gennem haven. Hvis du ser ud ad vinduet på "omgivelserne" vil du registrere, at det meste er

uforandret, men med den ændring, at fuglen ses på forskellige steder i forhold til "baggrunden".

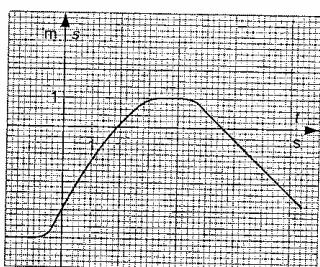
Mekanik er overskriften for den samling af begreber og metoder, som naturfilosoffer (i gamle dage) og fysikere (i dag) har udviklet ved at studere bevægelse.

Vi starter med begreber for iagttagelse af bevægelse. Nemlig tid, sted, hastighed og acceleration. Dette område kaldes *kinematik*.

Bevægelse



Figur 1
Albert på koordinataksen.
Koordinatsystemet blev indført i
naturbeskrivelsen af franskmænd
René Descartes (1596 - 1650).



Figur 2
Albert stod stille i positionen -4 m frem
til klokken $t = -1\text{ s}$. Fra $t = -1\text{ s}$ til $t = 3\text{ s}$
bevægede han sig i liniens positive ret-
ning, stod stille i $1,5$ sekund i position $s =$
 1 m og bevægede sig fra klokken $t = 4,5\text{ s}$
herfra i negativ retning ud i det uvisse.

TID OG STED

En bevægelse kunne være rotation om eget centrum. En anden kunne være acceleration langs en ret linie. Vi vil indskrænke os til at beskrive bevægelse langs en ret linie. Vi fastlægger et legemes position s (*sted*, latin spatium: plads, strækning) som en koordinat i forhold til et udgangspunkt på linien. Se figur 1.

Legemet Albert på figuren har stedkoordinaten $s = -3\text{ meter}$. Eller kort $s = -3\text{ m}$. Nu vil du måske indvende, at Albert ikke kan være præcis et bestemt sted. Han fylder jo noget i landskabet. Enten kan man opfatte Albert som en partikel - et punkt med Alberts masse samlet uendelig tæt - eller man kan forestille sig, at det er en prik på Alberts næse vi holder øje med. Endelig kan man forestille sig, at det er koordinaten til Alberts tyngdepunkt, vi taler om.

Alberts færden i rum og tid afbildes i figur 2 som en *tidskoordinat* t og en *stedkoordinat* s , der afhænger af t . Tiden måles for eksempel i sekunder (klokkeslettet, latin tempus: tid). Vi vælger at sætte tiden ud ad x -aksen. Husk det. Grafer som denne (t, s) graf er meget nyttige i kinematikken, idet de beskriver en bevægelse bedre end mange ord. Begrundelsen for at vælge tiden ud ad x -aksen har blandt andet at gøre med det næste vi skal snakke om.

KONSTANT HASTIGHED

Forestil dig, at du skal løbe "lige hurtigt hele tiden", uden at du selv får lov at kigge på et ur. Du har en hjælper, der måler tider for tilbagelagt strækning. Tabellen viser Berthas forsøgsresultater. Hvis du selv laver forsøget, skal du nøjes med runder på cirka 50 meter. Så får du luft til at tage nogle flere. Figur 4 viser den tilhørende (t,s) graf.

Hvis man beregner størrelsen $v = s/t$ i tabellens søjle 3, får man næsten samme tal hver gang. Vi har fundet en vigtig størrelse for Berthas løb

$$v = \frac{s}{t} = \text{tilbagelagt strækning pr. tidsenhed}$$

Størrelsen v kaldes *hastigheden*, som altså er konstant (engelsk *velocity*, latin *velocitas*: hastighed). Enheden m/s for hastighed kaldes også hastighedens *benævnelse*. Samtidig er (t,s) grafen en ret linie gennem $(0,0)$. Dette betyder, at s er proportional med t .

Jo større hastigheden er, des stejlere hælder (t,s) grafen i figur 4. Forestil dig for eksempel, at Albert lunter afsted på sin løbetur med 2,3 m/s, mens Bertha løber med 3,7 m/s. Så vil Bertha nå 37 meter for hver 10 sekunder, mens Albert kun når 23 meter. Berthas løbegraf bliver altså stejlere end Alberts. Vi kan skrive Alberts og Berthas stedkoordinater

$$s_A = 2,3 \text{ m/s} \cdot t$$

$$s_B = 3,7 \text{ m/s} \cdot t$$

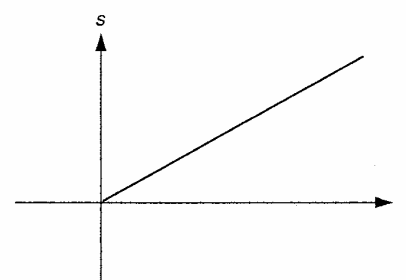
I almindelighed gælder altså

$$s = vt \quad (\text{konstant hastighed}) \quad (1)$$

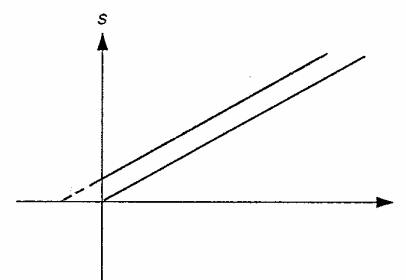
for bevægelse med konstant hastighed. Med andre ord: Ved konstant hastighed vokser strækningen proportionalt med tiden.

s	t	s/t
m	s	m/s
80	22	
160	43	
240	65	
320	90	
400	114	
480	136	

Tabel 3
Målinger af strækning og tid.



Figur 4
 (t,s) graf for konstant hastighed.
Hældningen på grafen angiver Berthas fart.



Figur 5
Nulpunktsfejl på tidtagningen?

Eksempel

1. Med vores udtryk for stedkoordinaterne kan vi udregne Alberts og Berthas positioner til et hvilket som helst tidspunkt. Efter 46,8 sekunder får vi for eksempel

$$s_A = 2,3 \text{ m/s} \cdot 46,8 \text{ s} = 107,64 \text{ m} \approx 108 \text{ m}$$

$$s_B = 3,7 \text{ m/s} \cdot 46,8 \text{ s} = 173,16 \text{ m} \approx 173 \text{ m}$$

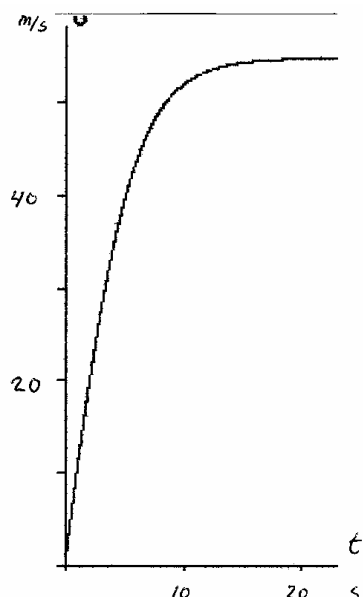
Albert er nået 108 meter fra sit udgangspunkt mens

Bertha er nået 173 meter. Du vil måske indvende, at de er løbet i ring. Du har ret. Vi brugte en sammenhæng mellem sted og tid som egentlig kun gælder for bevægelse langs en ret linie. Alligevel kan vi give mening til de to længder. Vi kan jo blot sige, at Albert har tilbagelagt en *strækning* på 108 meter mens Bertha har tilbagelagt strækningen 173 meter. Symbolet s kan altså stå for enten sted eller strækning. Det vil altid fremgå af sammenhængen, hvad vi mener.

ACCELERATION

Hvad nu, hvis hastigheden ikke er konstant? Hvordan beskriver man så bevægelsen? Man siger at legemet *accelererer*.

Figur 6 viser hastigheden som funktion af tiden for en kugle, der falder lodret nedad i luften. Forestil dig for eksempel, at den blev holdt mellem to fingre, og så sluppet uden at blive skubbet eller kastet. Den starter så med en hastighed på 0.



Lad os regne hastigheden positiv nedad. Læg nu mærke til at hastigheden vokser jævnt med tiden i den første del af grafen. Derefter begynder kurven at krumme, fordi luftmodstanden begynder at få betydning. Luftmodstanden bliver større og større, jo hurtigere kuglen bevæger sig, så kurven vil flade mere og mere ud. Hvis man forestiller sig, at der går længere tid endnu, vil kurven efterhånden blive mere og mere vandret, og til sidst vil den krumme så lidt, at vi ikke kan skelne det fra vandret. Kuglen har nået sin maksimale hastighed. Den accelererer ikke mere. Det sker når luftmodstanden er blevet lige så stor som tyngdekraften på kuglen.

Men lad os nu nøjes med at tænke på den første del af kurven, hvor grafen er en ret linie. Vi vil gerne finde en størrelse, der kan bruges til at fortælle, hvor hurtigt hastigheden vokser. Vi ser, at hastigheden vokser hurtigere, jo stejlere grafen er. Væksten kan beskrives præcist ved at beregne

$$a = \frac{v}{t} = \text{hastighedsændring pr. tidsenhed}$$

Vi har fundet en ny vigtig størrelse til beskrivelse af bevægelse: Hældningen i (t, v) grafen. Denne størrelse kaldes kuglens *acceleration*.

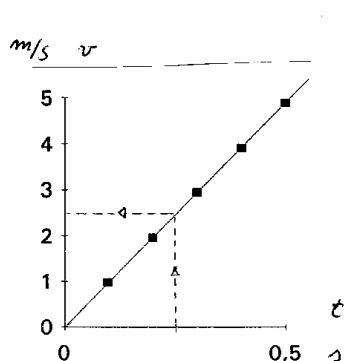
Lad os sætte tal ind. Ved et kvart sekund aflæser vi hastigheden 2,45 m/s, så hældningen må være

$$a = \frac{v}{t} = \frac{2,45 \text{ m/s}}{0,25 \text{ s}} = 9,8 \text{ m/s}^2$$

For den første del af bevægelsen kan vi nu beregne kuglens fart til et hvilket som helst tidspunkt som

$$v_{\text{kugle}} = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

Accelerationen er konstant, så længe grafen danner en ret linie. Her vokser hastigheden v proportionalt med tiden t , så vi kan



skrive i almindelighed, at

$$v = at \quad (\text{konstant acceleration}) \quad (2)$$

for bevægelse med konstant acceleration fra hvile. En bevægelse med jævnt voksende hastighed betyder med andre ord en bevægelse med konstant acceleration. Accelerationen er hældningskoefficienten i (t, v) grafen. Vi kan finde accelerationen ved at isolere a i (2).

Accelerationen siges at være positiv, hvis hastigheden vokser og negativ, hvis hastigheden aftager. Negativ acceleration kaldes sommetider *deceleration*. Man siger for eksempel, at et legeme, der bremses, decelererer.

FRIT FALD

Ved *frit fald* forstås et fald i lufttomt rum. Ved frit fald i tyngdefeltet nær ved jordoverfladen er accelerationen konstant. I Danmark er den $9,82 \text{ m/s}^2$. I sådanne tilfælde vokser farten nedad altså med $9,82 \text{ m/s}$ for hvert sekund. Accelerationen er $9,82$ meter pr. sekund - pr. sekund. Man kunne også sige $9,82$ sekundmeter pr. sekund. Dette tal kaldes *tyngdeaccelerationen* og betegnes med g (eng. gravity), som i øvrigt anvendes som enhed i luft- og rumflyvning. Hvis man måler nøjagtigt, vil man opdage at tyngdeaccelerationen er en lille smule forskellig fra sted til sted, selv inden for Danmark, se opgave 43. Og at den aftager, jo længere man kommer væk fra jorden. Man skal dog flere kilometer op, før der er nogen væsentlig ændring.

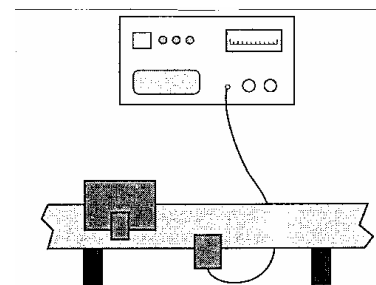
Måske har du hørt faldskærmsudspringere tale om frit fald. Dermed mener de et fald, hvor de venter med at folde faldskærmen ud. Men det er selvfølgelig ikke det samme, som vi her kalder frit fald. Udspringeren falder jo i luften, og accelerationen er derfor ikke konstant. Tværtimod aftager accelerationen mod nul, når udspringeren når sin maksimale hastighed ligesom kuglen i figur 6. Den maksimale hastighed ved et sådant "frit" fald er 200 km/h eller mere.

Eksempler

2. Ved beregning af kuglens acceleration i starten af figur 6 skriver vi m/s^2 som enhed, fordi det er det, vi får når vi bruger matematikkens regneregler på enhederne

$$\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} : \text{s} = \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Men hvad betyder det rent fysisk? Jo, i løbet af det første kvarte sekund voksede hastigheden med $2,45 \text{ m/s}$. Og det svarer åbenbart til en vækst på $9,8 \text{ m/s}$ for et helt sekund. Eller anderledes udtrykt: Hastigheden vokser med $9,8 \text{ m/s}$ pr. sekund. Vi siger at accelerationen er $9,8 \text{ m/s}$ pr. sekund. Og vi skriver det i kortere form som $9,8 \text{ m/s}^2$, $9,8$ meter pr. sekund i anden.

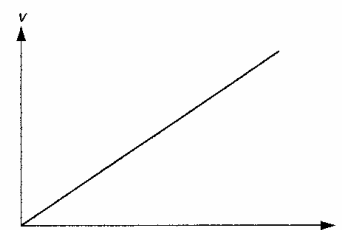


Figur 7
Luftpudebanen.

Fanebredde $\Delta s = 30 \text{ mm}$.

s	t	Δt	v	t^2
m	s	ms	m/s	s^2
0,10				
0,20				
0,40				
0,60				
0,80				

Tabel 8
Øvelse 2 og 3. Målinger over acceleration på luftpudebanen.



Figur 9
 (t, v) graf for øvelse 2. Hældningen angiver accelerationen. Skæring i $(0,0)$ svarer til begyndeshastighed 0.

3. Lad os prøve at regne ud, hvor lang tid, der ville gå før hastigheden i et ægte frit fald når op på 200 km/h. Til det formål omskriver vi formel (2), så vi får tiden isoleret på den ene side af lighedstegnet

$$v = at \Leftrightarrow \frac{v}{a} = t \quad (\text{division med } a \text{ på begge sider})$$

Vi læser nu lighedstegnet fra højre mod venstre og indsætter de kendte oplysninger

$$t = \frac{v}{a} = \frac{200 \text{ km/h}}{9,82 \text{ m/s}^2} = \frac{55,56 \text{ m/s}}{9,82 \text{ m/s}^2} = 5,66 \text{ s}$$

Det tager ikke engang 6 sekunder at nå op på 200 km/h ved fald i et lufttomt rum! Huskede du for øvrigt at kontrollere, at enhederne giver sekunder i resultatet, som de skal?

Læg mærke til, at den formel vi udledte for tiden passer med fortolkningen af accelerationen. Ved frit fald vokser hastigheden med 9,82 m/s pr. sekund. Hvis hastigheden skal vokse fra 0 m/s til 55,56 m/s finder vi tiden ved at dividere hastighedsændringen med accelerationen.

STRÆKNING OG TID. GALILEIS FALDLOV

Måske vil du gerne vide, hvor langt man er faldet i et frit fald, når der er gået en vis tid. Eller mere alment hvor langt et legeme har bevæget sig, hvis det har accelereret konstant i en bestemt tid. Kan man ikke bare beregne hastigheden ved hjælp af (2) og så sætte den ind i (1), så strækningen kan beregnes? Nej, det går ikke. Formel (1) gælder nemlig kun for konstant hastighed.

Ved et frit fald starter legemet med en hastighed på 0 og når efter 4 sekunder op på en hastighed af

$$v = at = 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 4 \text{ s} = 39,28 \text{ m/s}$$

Hvad gør vi så for at finde strækningen? Jo, hastigheden vokser jævnt, fordi accelerationen er konstant. Derfor kan vi let udregne gennemsnitshastigheden

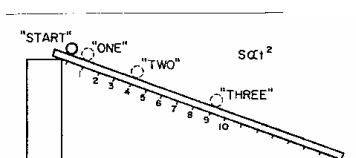
$$v_{\text{gens}} = \frac{39,28 \text{ m/s} + 0 \text{ m/s}}{2} = 19,64 \text{ m/s}$$

og derefter beregne strækningen

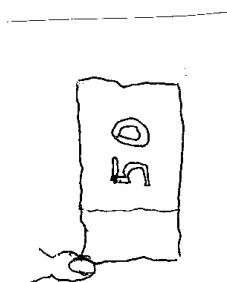
$$s = v_{\text{gens}} \cdot t = 19,64 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} = 78,56 \text{ m}$$

Vi benytter tiden to gange. Først til at udregne sluthastigheden og dernæst til at udregne strækningen ved hjælp af gennemsnitshastigheden. Kan vi ikke samle beregningen i en enkelt formel? Jo. Lad os nemlig forestille os, at vi kender accelerationen a og tiden t . Vi vil gerne lave en almen formel. Vi kan så forestille os, at vi udregner sluthastigheden $v = at$ ligesom i eksemplet ovenfor og dernæst finder gennemsnitshastigheden

$$v_{\text{gens}} = \frac{1}{2}(at + 0) = \frac{1}{2}at$$



A ball rolls down an inclined track.



Så kan vi beregne strækningen

$$s = v_{\text{gens}} \cdot t = \frac{1}{2}at \cdot t = \frac{1}{2}at^2$$

Det var smart! Vi forestiller os en mellemregning, hvor vi udregner en gennemsnitshastighed og ender med at få en formel, hvor vi ikke behøver at regne hastigheder overhovedet

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad (\text{konstant acceleration}) \quad (3)$$

Denne formel giver direkte strækningen ved bevægelse med konstant acceleration! Den kaldes *Galileis faldlov* efter italieneren Galileo Galilei (1564 - 1642). Lad os lige prøve den med vores beregning for et frit fald i 4 sekunder

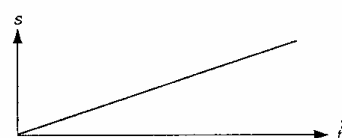
$$s = \frac{1}{2} \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot (4 \text{ s})^2 = 78,56 \text{ m}$$

Formel (3) er et stærkt resultat. Det er vores første eksempel på en naturlov. Formel (1) og (2) er egentlig blot definitioner, vedtagelser af hvad vi mener med konstant hastighed og konstant acceleration. Men formel (3) har vi selv udledt ved hjælp af vores forestillingsevne og logik. Det kaldes teoretisk udledning. Sådanne teoretiske udledninger behøver ikke passe med det, naturen viser. Naturen behøver jo ikke følge vores logik. Og vi kan have lavet fejl i vores udledning. Formlen må altså efterprøves ved eksperimenter. Galilei opdagede loven ved at måle på kugler, der

triller ned ad et skråplan som i figur 12.



Figur 10
(t,s) graf for øvelse 3. Der er ingen proportionalitet mellem strækning og tid.



Figur 11
(t^2,s) graf for øvelse 3. Punkterne danner en nogenlunde ret linie, så figur 10 må være en parabel. Hældningen er $k = \frac{1}{2}a$.

Eksempel

4. Lad os lege lidt med Galileis faldlov. Forestil dig, at du bliver lovet en halvtredser ved følgende forsøg: Din ven holder en halvtredser lodret mellem dine fingre, som er ud for sedlens underkant. Din ven slipper sedlen og du får den, hvis du kan nå at gribe den, inden den er faldet igennem dine fingre. Du må ikke bevæge din hånd nedad eller opad. Hvor lille skal din reaktionstid være, hvis du skal nå at gribe sedlen? Det kan vi regne ud.

Da sedlen falder lodret og hastigheden ikke når at blive ret stor, kan vi se bort fra luftmodstanden. Sedlen accelererer altså med en acceleration på $9,82 \text{ m/s}^2$ som i frit fald. En halvtredser er 13,8 cm lang. Det vil sige, vi kender strækning og acceleration og vil beregne faldtiden. Vi isolerer tiden i formel (3)

$$s = \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow \quad (\text{ganger med 2})$$

$$2s = at^2 \Leftrightarrow \quad (\text{dividerer med } a)$$

$$\frac{2s}{a} = t^2$$

Vi læser lighedstegnet fra højre mod venstre og tager kvadratroden for at finde t

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

Vi kan nu sætte tal ind

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,138 \text{ m}}{9,82 \text{ m/s}^2}} = 0,168 \text{ s}$$

Du skal reagere hurtigere end cirka 17 hundrededele sekund, hvis du skal nå at gribe sedlen. Det er der en del mennesker, der kan, selv om de ikke kan hver gang. Så legen kan være dyr for vennen! Prøv at erstatte sedlen med en diskette som er 9,3 cm høj. Her har luftmodstanden endnu mindre betydning, så den faldtid, du beregner, passer endnu bedre.

Indhold:

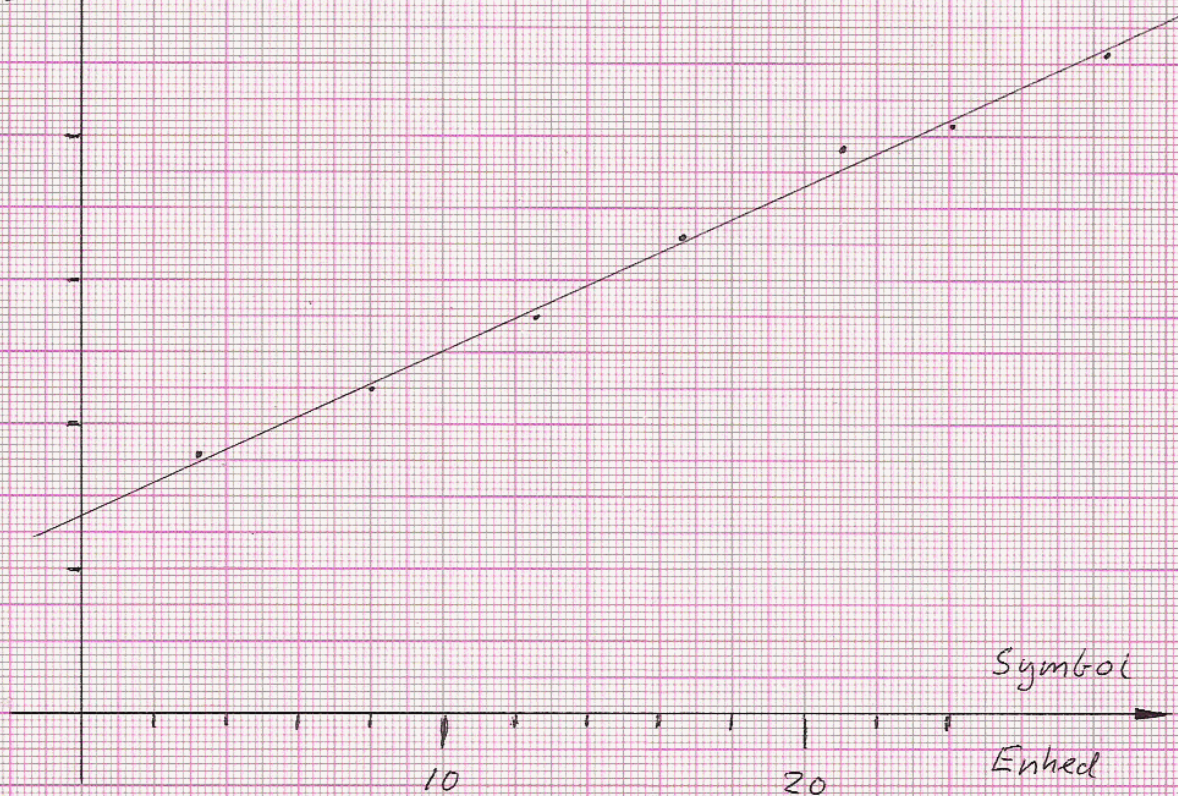
- 12 Nulpunktsfejl, Bedste rette linie
 - 12 Hældningskoefficienter
- 13 Skal man huske alle de formler?
 - 13 Regning med enheder
 - 14 Regning med bogstaver
 - 14 Mere enhedsregning
- 14 1 meter pr. sekund er ikke...
 - 15 Utilfreds?
 - 15 En lille forhistorie
 - 15 Usikkerhed - et skøn
 - 16 Worst case usikkerhed
 - 17 Hurtigt skøn
 - 17 Betydende cifre
 - 17 Afrunding
 - 18 Sammendrag
 - 18 Undtagelser
 - 18 Foranstillede nuller
 - 18 Bagvedstillede nuller
 - 19 Præfikser
- 19 Eksponentiel notation
 - 19 Afvigelse
- 20 Fejl, fejlkilder
- 21 God fornøjelse

Enhed Symbol

GODE VANER

m =	s	23,78	g	ds =	20	mm
Symbol	m	h	ms	dt1	dt2	dt3
Enhed	0,05	0,55	19,648	11,342	19,688	19,692
	0,149	0,451	11,342	9,126	11,31	11,297
	0,2495	0,3505	9,126	7,528	9,139	9,117
	0,35	0,25	7,528	6,632	7,516	7,51
Abs.us	0,451	0,149	6,632		6,636	6,616
Rel. us i %	0,005	0,005				
		1,43				

50



Gode vaner

NULPUNKTSFEJL, BEDSTE RETTE LINIE

Lad os vende tilbage til graferne for Bertha og Alberts løbeture. Hvis vi forestiller os, at vi indtegnede målingerne for Bertha og Albert i samme koordinatsystem vil vi se punkterne ligge mere eller mindre pænt omkring to rette linier. Vi kan tegne linierne på følgende måde. Forestil dig, at vi lægger en lineal oven i Berthas målepunkter, så nogle målinger ligger på den ene side og nogle på den anden. Vi tegner så en ret linie. Linien vil normalt ramme tæt på (0,0).

Men hvis Bertha for eksempel fik startet 1 meter bag ved målstregen, vil linien skære i $s = -1\text{m}$. Eller hvis Bertha startede på rette sted, men tidtageren fik startet et halvt sekund for sent, vil linien skære i $t = -0,5\text{s}$. Tidtageren noterer jo $t = 0\text{s}$ sammen med $s = 0\text{m}$ i sin tabel, men i virkeligheden var Bertha startet et halvt sekund før tidtagerens tidsregning. Denne tidsforskydning vil være fælles for alle tidsmålingerne. (Overvej!). I første tilfælde siger vi, at der er en *nulpunktsfejl* i stedmålingen, i andet tilfælde siger vi, at der er en nulpunktsfejl i tidsmålingen.

Hvis man vil fastholde muligheden for at afsløre sådanne nulpunktsfejl, må man aldrig medtage (0,0) som et målepunkt, men lægge *den bedste rette linie* "gennem" de egentlige målinger. Vi skriver "gennem" i gåseøjne (anførselstegn), fordi den bedste rette linie måske slet ikke går gennem et eneste af målepunkterne, men ligger bedst muligt med målepunkterne omkring.

HÆLDNINGSKOEFFICIENTER

Figur 5 viser Berthas løbegraf i to tilfælde, et uden nulpunktsfejl og et med. Læg mærke til at de to linier har samme hældning. Grafen med nulpunktsfejl er blot en parallelforskydning af grafen uden nulpunktsfejl. Men vi har jo tidligere nævnt, at hældningen er et mål for hastigheden, eller *farten*, som den kaldes, når man ikke

interessere sig for retningen af bevægelsen. Findes der ikke en måde at udregne denne hældning på? En måde, som er uafhængig af om linien skærer i (0,0) eller ej? Jo.

Det vi er interesserede i, er den tilbagelagte strækning pr. tidsenhed. En person, der løber fra 100 meter mærket til 600 meter mærket på 135 sekunder løber 500 meter på 135 sekunder, og løber derfor med en fart

$$v = \frac{500\text{ m}}{135\text{ s}} = 3,703\dots\text{ m/s} \approx 3,70\text{ m/s}$$

For at finde farten ud fra grafen, skal vi altså vælge to punkter på den bedste rette linie, beregne den tilbagelagte strækning mellem dem, finde den tilhørende tid og så tage forholdet mellem dem.

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \text{tilbagelagt strækning pr. tidsenhed}$$

hvor (t_1, s_1) er koordinaterne til det punkt vi har valgt at starte med, og (t_2, s_2) er slutkoordinater. Pas på at skrive s_2 (læses: s to) og ikke s^2 (s i anden) og ligesådan for de andre symboler.

Prøv at bruge formlen nogle gange med forskellige valg af punkter, så du bliver fortrolig med den. Den giver samme resultat uanset hvilke to punkter du vælger. Og den giver samme resultat uanset om du parallelforskyder linien. Men det var jo netop det, vi eftersøgte. En formel, der giver farten, uanset om der er nulpunktsfejl. Det er formlen for en liniens *hældningskoefficient*.

I matematik kaldes hældningen ofte a . Men i fysik bruger man tit α (græsk alfa = dansk a). Det er lidt besværligt, men det skyldes, at a i fysik normalt betegner acceleration, og så er det rart at have et andet symbol til at betegne hældning med. I almindelighed har vi altså

$$\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

som en formel til beregning af hældningskoefficienten af en ret linie.

SKAL MAN HUSKE ALLE DE FORMLER ?

Nej. Der er faktisk kun tre af de formler, vi har brugt, som det kan betale sig at huske

$$s = vt \quad (\text{konstant hastighed}) \quad (1)$$

$$v = at \quad (\text{konstant acceleration}) \quad (2)$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad (\text{konstant acceleration}) \quad (3)$$

Disse tre kan du endda slå op i formellisten side 226. Alle de andre formler vi har brugt er omskrivninger af (1), (2) og (3). For eksempel da vi udregnede accelerationen for kuglen i figur 6 skrev vi

$$a = \frac{v}{t} \quad (2')$$

Det er en vigtig formel. Vi brugte den for eksempel til at forklare, hvad vi mener med acceleration: hastighedsændring pr. tidsenhed. Og til at finde den rigtige enhed for acceleration: $\text{m/s:s} = \text{m/s}^2$. Skal man så ikke huske den, når den nu er vigtig? Det kan man godt, men så behøver man ikke at huske formel (2). Formel (2') (læses: 2 mærke) er nemlig blot en omskrivning af formel (2). Og man kan komme fra den ene formel til den anden ved bogstavregning. Med alle mellemregningerne ser det sådan her ud: Fra (2') til (2) ved at gange med t på begge sider

$$a = \frac{v}{t} \Leftrightarrow a \cdot t = \frac{v}{t} \cdot t$$

Vi kan nu gange t 'et op i tælleren og derefter forkorte de to t 'er ud

$$a \cdot t = \frac{v \cdot t}{t} \Leftrightarrow a \cdot t = v$$

Eller fra (2) til (2') ved at dividere med t på begge sider. Og i begge omskrivninger huske, at et lighedstegn kan læses både fra højre og fra venstre.

Du får lejlighed til at regne mange opgaver, hvor du bliver trænet i at omskrive formler. Nøjs med at bruge de nummererede, så du lærer dem udenad.

REGNING MED ENHEDER

Måske synes du at eksemplet med Albert og Berthas løbetur var temmelig simpelt. Måske synes du, at det er temmelig besværligt at slæbe rundt på benævnelserne. Når vi gør det, er det af to grunde. 1) Brug af enheder letter brug af formler: Resultaterne får automatisk rigtige benævnelser. 2) Brug af enheder sikrer mod fejl i beregningen: Hvis enhederne ikke passer, har man regnet forkert.

Vi skrev proportionalitetskonstanter ikke blot som 2,3 og 3,7 ganget med tiden. Det ville du måske have gjort, og så blot have underforstået, at tiden skulle ganges på i sekunder, og at resultatet blev meter. Men hvad så, hvis det er en bil, der kører med 82,4 km/h? Eller et skib, der sejler med en fart på 12 knob? (1 knob er 1 sømil i timen). Eller hvad med et jagerfly, der bevæger sig med Marc 2 (Marc 1 er 1 gange lydens hastighed i luft, det vil sige 1 gange 343 m/s)?

Jo, så ville du vel underforstå at tiden skulle ganges på i timer, når det handler om biler og skibe men i sekunder, når det drejer sig om Albert, Bertha og jagerfly. Og du ville underforstå, at resultatet blev kilometer, når det er en bil, sømil, når det handler om skibe og meter, når det handler om Albert, Bertha og jagerfly. Men ærlig talt, det bliver lidt tungt altid at skulle fortælle læseren, hvilken enhed han eller hun skal bruge. Så er det enklere (og smukkere) altid at kunne skrive

$$s = vt$$

uanset hvilke enheder vi måler s , v eller t i. Man skal så bare tage enhederne med, når man sætter tallene ind i formlen. Og så kan man endda kontrollere, at man har sat rigtigt ind. Nemlig ved at kontrollere enhederne. I beregningen af Alberts strækning kan vi omskrive på følgende måde

$$s_A = 2,3 \text{ m/s} \cdot 46,8 \text{ s} = 2,2 \cdot 46,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{s} = 107,64 \frac{\text{m} \cdot \text{s}}{\text{s}} = 107,64 \text{ m}$$

Sekund s kan simpelthen forkortes ud!

REGNING MED BOGSTAVER

Du skal prøve at vænne dig til at skrive sammenhænge op ved hjælp af bogstaver. Du vil måske stadig synes, at det er unødvendigt, så længe det handler om konstante hastigheder. For du kan jo godt lave beregningerne uden brug af formler. Blot ved at se på enhederne. Det er også godt. Og du må endelig udbygge dine fornemmelser for den måde at tænke på.

Men vi har valgt at vise dig bogstavregningen på ting, som du godt kunne klare uden. Dermed håber vi, at du får nemmere ved at regne med bogstaver, når tingene ikke kan klares alene ved at se på enhederne. For eksempel når strækningen beregnes ved konstant acceleration som i formel (3).

MERE ENHEDSREGNING

Nå, du er måske ikke overbevist endnu, men lad os så tage et eksempel mere. Vi vil beregne, hvor langt en bil med 82,3 km/h kommer på 46,8 sekunder

$$\begin{aligned}s_{bil} &= vt = 82,3 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 46,8\text{s} \\ &= 82,3 \cdot \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} \cdot 46,8\text{s} = \frac{82,3}{3,6} \cdot 46,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{s} \\ &= 1069,9\text{m} \approx 1070\text{m}\end{aligned}$$

Bilen kører næsten 10 gange så langt som Albert løber på samme tid. Metoden var: Vi sætter ind i formlen, retter enhederne til, og får resultatet i den enhed vi ønsker. Og måske lagde du mærke til at vi fik en nem omregning fra km/h til m/s. For fremtiden kan vi altid benytte

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Måske har du hørt allerede i folkeskolen, at man regner om fra km/h til m/s ved at dividere med 3,6. Og måske har du haft svært ved at huske, hvornår man skal dividere med 3,6, og hvornår man skal gange med det. Nu kan du selv finde ud

af det. Kilometer skal regnes om til meter, og timer skal regnes om til sekunder. (h'et i km/h kommer fra engelsk hour: time).

Lad os lige bruge omregningen ovenfor en gang til for en lidt for hurtig knallert

$$v_{knallert} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \cdot \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{36 \cdot 1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Her er så en anden måde at huske omregningen på

$$36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

Tallet i kilometer pr. time er større end tallet i meter pr. sekund. Og for fremtiden kan du skrive følgende direkte, når du regner om

$$v_{racerbil} = 220 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{220}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 61,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ja, du kan endda gøre det endnu kortere

$$v_{soldat} = 7 \text{ km/h} = 1,9 \text{ m/s}$$

1 METER PR. SEKUND ER IKKE DET SAMME SOM 1 METER PÅ 1 SEKUND

Når man siger, at en soldat marcherer med en hastighed på 7 kilometer i timen, er det præcis *det samme* som at sige, at han eller hun marcherer med 1,9 meter i sekundet. Du kan selv prøve at finde hastigheden i meter pr. minut. Det er stadig den samme hastighed. Læg altså mærke til, at hastighed er et *øjebliksbegreb*. Enheden m/s betegner en øjebliksstørrelse. En bil behøver ikke at køre i en time for at køre 50 km i timen. Når vi siger, at bilen kører 50 km/h mener vi, at det er det, der lige i dette øjeblik står på speedometeret. Tit bruger vi dog også hastighed i betydningen *gennemsnitshastighed*. Vi kan så forstille os, at bilen gennem for eksempel 10 minutter har kørt med 50 km/h i gennemsnit.

Hvis Albert og Bertha har løbet med konstant hastighed bliver øjeblikshastigheden og gennemsnitshastigheden ens. Det gælder selvfølgelig kun for konstante hastigheder.

UTILFREDS?

Du har måske længe siddet med en utilfredshed angående løbeturene. Albert og Bertha kan jo ikke løbe med fuldstændig konstant hastighed. Hvad gør man så? Og du har måske spurgt, hvorfor vi har rundet resultaterne af til netop det, vi har valgt.

Det skal vi give dig et svar på nu. De to spørgsmål hænger nemlig sammen i et svar: Antallet af betydende cifre er bestemt af usikkerheden. Vi vil først forklare, hvad man i naturvidenskaben mener med usikkerhed, og derefter, hvad der forstås ved betydende cifre.

EN LILLE FORHISTORIE

På en motorcykeltur til Tyrkiet for nogle år siden, købte jeg et stykke chokolade i Bulgarien, fordi jeg trængte til noget sødt. Vægten var angivet som $100 \text{ gram} \pm 5 \text{ gram}$. Da jeg nogle dage senere nåede til Istanbul var det blevet varmere og jeg bestilte en øl. Rumfanget var angivet som $50 \text{ cl} \pm 3 \%$. Fabrikkerne har været så ærlige at angive en såkaldt *objektusikkerhed*. En usikkerhed på det objekt de producerer. Du forstår nok med det samme, hvad det må betyde:

Chokoladefabrikken garanterer at det stykke, jeg købte, vejede mellem 95 gram og 105 gram. Hvis de skulle garantere en mere nøjagtig vægt, skulle de købe en mere præcis maskine, og min chokolade ville blive dyrere.

Bryggeriet garanterer, at deres tappemaskine påfylder flasken med en usikkerhed på 3 %, dvs. højst 1,5 centiliter. I øvrigt har ingen maskine i verden nogensinde påfyldt eller vil nogensinde kunne påfylde nøjagtigt $\frac{1}{2}$ Liter øl!

USIKKERHED - ET SKØN

Normalt vil *måleusikkerheden* være meget større end objektusikkerheden. Måleusikkerheden stammer fra aflæsningen og måleapparatet.

Måleusikkerhed er derfor det du skal øve dig i at skønne. Og vi vil simpelt hen kalde det for usikkerheden.

Lad os beregne arealet af et stykke A4 papir. Vi måler længde og bredde

$$l = 29,7 \text{ cm} \quad \text{og} \quad b = 21,05 \text{ cm}$$

Længden var "præcis" 29,7 cm, mens bredden så vidt vi kunne se var $\frac{1}{2}$ mm over 21 cm. Arealet bliver så

$$A = 29,7 \text{ cm} \cdot 21,05 \text{ cm} = 625,185 \text{ cm}^2 \approx 625,2 \text{ cm}^2$$

Hvordan fandt vi ud af, at der skulle rundes af til 625,2? Det kræver en længere forklaring.

Hvad mener vi med "så vidt vi kunne se"? Jo, vi mener at papiret sluttede cirka midt mellem 2 millimeterstreger. Derfor skriver vi 21,05 cm. Vores øjne kan jo godt se, at det ikke slutter hverken ved 21,0 eller ved 21,1. Vi kan faktisk bedømme helt ned til $\frac{1}{10}$ mm, hvis vi gør os umage. I vil nok komme til at diskutere om I skal skrive 21,04, 21,05 eller 21,06 cm. Men I vil aldrig blive uenige om, om der skal stå 21,03 eller 21,06 cm! Lad os nu forestille os, at I har overbevist jer om, at I kan skelne brøkdele af millimeter. For eksempel sådan at I kan blive enige om, at bredden må være et sted mellem 21,04 og 21,06 cm. Vi kan så angive vores breddemåling sådan

$$b = 21,05 \text{ cm} \pm 0,01 \text{ cm}$$

Vi siger, at bredden er 21,05 cm, plus-minus 0,01 cm. Der er altså en vis *usikkerhed* i vores måling af bredden. Usikkerheden afhænger af hvilke instrumenter, vi bruger til at måle med. Størrelsen 0,01 cm kaldes den *absolutte usikkerhed*.

$$\delta b = 0,01 \text{ cm}$$

Bogstavet δ (græsk lille delta = dansk d) betegner en lille variation, en mulig *differens* fra den noterede bredde. Den absolutte usikkerhed vil altid være et skøn, det vil sige noget, man selv skal bedømme, når man måler.

Vi kan også regne usikkerheden ud i procent af bredden.

$$\frac{\delta b}{b} = \frac{0,01}{21,05} = 0,0004751 \approx 0,0005 = 0,05\%$$

Vi har faktisk målt temmelig nøjagtigt. Størrelsen 0,05% kaldes den *relative usikkerhed* på bredden.

Hvad mente vi så med "præcis", da vi noterede længden. Jo, vi mente, at papiret så vidt vi kunne se, sluttede lige ved en millimeterstreg. Mente vi så 29,700000000000000000... cm? Nej, øjet er jo ikke i stand til at se det fuldstændig nøjagtigt. Hvis vi for eksempel kiggede med en lup ville vi måske opdage, at det ikke passede helt. Vi mente

$$l = 29,70 \text{ cm} \pm 0,01 \text{ cm}$$

Længden har altså en relativ usikkerhed på

$$\frac{0,01 \text{ cm}}{29,70 \text{ cm}} = 0,0003367 \approx 0,03\%$$

Også temmelig nøjagtigt.

WORST CASE USIKKERHED.

Da vi noterede længden og beregnede arealet burde vi have skrevet 29,70 i stedet for 29,7 for at gøre læseren opmærksom på hvor nøjagtigt, vi har målt. Ja, vi burde endda have angivet de absolutte usikkerheder, så vi med det samme havde skrevet

$$l = 29,70 \text{ cm} \pm 0,01 \text{ cm}$$

$$b = 21,05 \text{ cm} \pm 0,01 \text{ cm}$$

Dermed mener vi, at papirets *virkelige længde* er et sted mellem 29,69 cm og 29,71 cm, og dets *virkelige bredde* er et sted mellem 21,04 og 21,06 cm.

For at vise nøjagtigheden burde vi have skrevet beregningen som

$$A = l \cdot b = 29,70 \text{ cm} \cdot 21,05 \text{ cm} = 625,1850 \text{ cm}^2$$

Men hvad med afrundingen? Mener vi virkelig, at vi har bestemt arealet helt ned til 0,0001 cm²?

Nej, lad os prøve at beregne, hvad vores areal kan ligge imellem. Arealet kan ikke være større end det vi får, hvis vi ganger den størst mulige længde, papiret kan have, med den størst mulige bredde

$$A^{\uparrow} = l^{\uparrow} \cdot b^{\uparrow} = 29,71 \text{ cm} \cdot 21,06 \text{ cm} = 625,6926 \text{ cm}^2$$

Og det kan ikke være mindre, end det vi får, hvis vi ganger den mindst mulige længde, papiret kan have, med den mindst mulige bredde

$$A^{\downarrow} = l^{\downarrow} \cdot b^{\downarrow} = 29,69 \text{ cm} \cdot 21,04 \text{ cm} = 624,6776 \text{ cm}^2$$

Arealet af papiret er et sted mellem 624,6776 og 625,6926 cm². Vi har altså ikke bestemt arealet med en nøjagtighed helt ned til 0,0001 cm². Ja, vi har end ikke bestemt det ned til 0,01 cm².

Usikkerheden ligger et eller andet sted omkring første decimal efter kommaet. Vi siger derfor, at den absolutte usikkerhed på arealet er

$$\begin{aligned} \delta A &= \frac{1}{2} \cdot (625,6926 - 624,6776) \text{ cm}^2 = 0,5075 \text{ cm}^2 \\ &\approx 0,5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Arealet er altså cirka 625,2 cm² med en usikkerhed på 0,5 cm² til hver side. Vi ved ikke til hvilken side, men vi ved, at det *virkelige areal* ikke kan afvige mere end 0,5 cm² fra det vi har beregnet, selv ikke i det værste tænkelige tilfælde. Men det er meningsløst at angive arealet som 625,1850 cm². Derimod kan vi skrive

$$A = 625,2 \text{ cm}^2 \pm 0,5 \text{ cm}^2$$

Den metode vi lige har gennemgået til at finde usikkerheder på beregnede resultater kaldes meget naturligt for *worst case* (værste tilfælde). Vi kan også finde den relative usikkerhed på arealet

$$\frac{\delta A}{A} = \frac{0,5 \text{ cm}^2}{625,2 \text{ cm}^2} = 0,0007997 = 0,08\%$$

Det er faktisk ganske pænt. Vi kender arealet mere nøjagtigt end en tiendedel procent!

HURTIGT SKØN

Læg mærke til at den procentvise usikkerhed på arealet cirka er lig med summen af de procentvise usikkerheder på længden og bredden. Det gælder i almindelighed for størrelser, der beregnes ved at gange eller dividere målinger - når man skønner usikkerheder ved hjælp af worst case. Og det er jo heldigt, for så slipper man for hver gang at gå hele metoden igennem.

Hvis man blot sørger for at notere de absolutte og beregne de relative usikkerheder på de direkte målte størrelser, kan man nemt finde de relative usikkerheder på resultaterne ved at lægge procenterne sammen for alle de størrelser, der indgår i beregningen. Men pas på, det gælder *ikke* hvis der for eksempel indgår en forskel mellem målte størrelser. Det kommer vi tilbage til i varmelæren, hvor man ofte måler temperaturforskelle.

Med erfaringen fås et overblik, så man hurtigt kan se, hvor mange cifre man skal notere i sine målinger og resultater. Nemlig dem man kan stå inde for. De kaldes:

BETYDENDE CIFRE

Det er ikke engang altid, at man behøver at skønne de relative usikkerheder så præcist ved hjælp af de absolutte, som vi gjorde ovenfor. Der er en endnu nemmere metode, men den kræver lidt øvelse, overblik og *gode vaner*. De gode vaner består i at skønne usikkerheden på sine målinger. Dermed øver man sig i at få overblik, så man til sidst kan nøjes med at notere målinger og resultater med det korrekte antal *betydende cifre*.

Hvad er det så, vi mener med disse "betydende cifre". Det er IKKE antallet af decimaler, som mange tror. Det er det samlede antal cifre både før og efter et komma. Du får nu nogle eksempler.

Når vi skriver, at en bil med hastigheden 82,3 km/h tilbagelægger 1069,9 meter på 46,8 sekunder, siger vi, at vi har angivet hastigheden med tre betydende cifre, strækningen med fem og tiden med tre.

Enhver, der har lært naturvidenskab underforstår en usikkerhed på ± 1 på sidste (bageste) ciffer, hvis ikke andet er oplyst. Sådan er reglen for talangivelse i naturvidenskab.

AFRUNDING

Lad os først se på strækningen. Vores angivelse svarer til en relativ usikkerhed på

$$\frac{0,1}{1069,9} = 0,009\% = 0,09\text{‰}$$

Vi påstår altså, at vi har beregnet strækningen med en nøjagtighed på knap en tiendedel promille. Men vi kan umuligt beregne strækningen mere nøjagtigt end vi kender hastigheden. Når vi skriver

$$v_{bil} = 82,3 \text{ km / h}$$

er det underforstået, at vi kender hastigheden med en nøjagtighed på 0,1 km/h. Altså med en relativ usikkerhed på

$$\frac{0,1}{82,3} = \frac{1}{823} \approx \frac{1}{1000} = 1 \text{ promille}$$

Hertil kommer usikkerheden på tiden.

$$\frac{0,1s}{46,8s} = \frac{1}{468} \approx \frac{1}{500} = \frac{2}{1000} = 2 \text{ promille}$$

Vi må altså angive strækningen for bilen med en usikkerhed på cirka tre promille. Det var derfor vi rundede de 1069,9 meter af til 1070 meter.

Lad os prøve et nyt eksempel. Vi vil beregne den strækning, som bilen tilbagelægger på 35,4 sekunder

$$s = vt = 82,3 \text{ km / h} \cdot 34,5s = 789\text{m}$$

Her er der rundet af til 3 betydende cifre i resultatet svarende til en usikkerhed på godt 1 promille.

Vi lægger mærke til, at der også var netop 3 betydende cifre i de givne oplysninger om hastighed og tid. Helt så enkelt er det dog ikke altid. Lad os derfor tage et sidste eksempel. Vi forestiller os en racerbil der kører med den svimlende fart af 223,2 km/h eller 62,00 m/s. Vi vil så beregne, hvor langt den når i løbet af et åndedrag. Vi trækker vejret cirka 17 gange i minuttet, så et åndedrag tager cirka

$$t = \frac{1 \text{ min}}{17} = 3,5 \text{ s}$$

I løbet af den tid når racerbilen at bevæge sig

$$s = vt = 62,00 \text{ m/s} \cdot 3,5 \text{ s} = 217 \text{ m} \approx 220 \text{ m} = 0,22 \text{ km}$$

Hvorfor rundede vi nu af til kun to betydende cifre? Jo, fordi tiden kun var bestemt med to betydende cifre. Strækningen kan jo ikke beregnes mere nøjagtigt end den tid, som den bygger på.

SAMMENDRAG

Vi ender altså med følgende simple regel for afrunding af resultater:

Antallet af betydende cifre i et resultat bestemmes af den oplysning, som har *færrest* antal betydende cifre.

Reglen gælder for resultater, der opnås ved at gange eller dividere målte eller oplyste størrelser med hinanden

UNDTAGELSER

Reglen gælder ikke, hvis der indgår forskelle mellem målte størrelser i beregningen.

Læg også mærke til, at hvis resultatet har et 1-tal forrest, og målingerne ikke har det, er det som regel rimeligt, at medtage et ekstra ciffer i resultatet. Vi så et eksempel herpå, da vi beregnede, hvor langt bilen bevægede sig på de 46,8 sekunder. Her havde hastigheden og tiden

begge tre betydende cifre, mens resultatet på 1070 meter blev angivet med fire. Hvis omvendt den måling, der har den største usikkerhed har et 1-tal forrest, og resultatet ikke har det, er det som regel rimeligt, at skrive et ciffer mindre i resultatet.

FORANSTILLEDE NULLER

Vær også opmærksom på nuller. 1,070 km har fire betydende cifre, mens 1,07 kun har tre. Derimod tæller foranstillede nuller ikke med. 0,22 km har kun to betydende cifre. Det vil sige kun to cifre, der betyder noget for nøjagtigheden. Nullet foran kommaet kom jo kun, fordi vi omskrev fra meter til kilometer. Hvis vi lidt fjollet angiver bredden af et stykke A4 papir i kilometer får vi

$$21,05 \text{ cm} = 0,2105 \text{ m} = 0,0002105 \text{ kilometer}$$

Bredden har fire betydende cifre ligegyldigt om vi skriver den i centimeter, meter eller kilometer. Heller ikke de tre nuller efter kommaet i 0,0002105 kilometer har nogen betydning for nøjagtigheden:

$$\frac{0,01}{21,05} = \frac{0,0001}{0,2105} = \frac{0,0000001}{0,0002105} = 0,05\%$$

BAGVEDSTILLEDE NULLER, PRÆFIKSER

Lige en bemærkning til sidst, inden vi forlader de betydende cifre. Det kan nogen gange være praktisk for overskuelighedens skyld at sætte nuller bag på et resultat, selv om man ikke ønsker at de skal opfattes som betydende. For eksempel kender du måske lysets hastighed som

$$c = 300.000 \text{ km/s}$$

Det er nemt at huske, men det er ikke den præcise værdi. Det er selvfølgelig tilladt at bruge nuller på den måde, selv om det kan give anledning til misforståelser. Lysets hastighed er faktisk 299.792,458 km/s.

PRÆFIKSER

Hvis man helt vil undgå misforståelser kan man bruge de såkaldte *dekadiske præfikser* milli, kilo, mikro, mega og så videre, sådan at man altid skriver resultatet uden tvivlsomme nuller. Det var det vi gjorde, da vi omskrev de cirka 220 m for racerbilen til 0,22 km. Vi kunne tilsvarende skrive lysets hastighed som 300 megameter pr. sekund

$$c = 300 \text{ Mm/s}$$

idet mega betyder million. Nu har vi angivet lysets hastighed med et antal nuller, vi kan stole på. Til gengæld er megameter ikke nogen almindelig brugt enhed. Heldigvis er der endnu en måde hvorpå misforståelser kan undgås.

EKSPONENTIEL NOTATION

Ordet mega kender du måske fra radiofrekvenser. Her er vi altså vant til forstavelsen, præfiksen mega. I Storkøbenhavn findes P3 på 93,9 megahertz = 93,9 MHz. Det betyder, at radiosignalet udsendes som bølger, der svinger cirka 93,9 millioner gange i sekundet.

Én million er jo også $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$, altså 10 ganget med sig selv seks gange. Og det ved du fra matematik kan skrives som 10^6 . Frekvensen for P3 kunne derfor også skrives

$$f = 93,9 \text{ MHz} = 93,9 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

Den sidste skrivemåde kaldes *eksponentiel notation*. I eksponentiel notation kan lysets hastighed skrives

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

idet

$$\begin{aligned} c &= 299.792,458 \text{ km/s} = 2,99792458 \cdot 10^5 \text{ km/s} \\ &\approx 3,00 \cdot 10^5 \text{ km/s} = 3,00 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \text{ m/s} \\ &= 3,00 \cdot 10^{5+3} \text{ m/s} = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Vi har her vist alle mellemregningerne, men efterhånden som du får træning i regning med enheder, vil du kunne lave mange af omskrivningerne i hovedet.

Lad os beregne, hvor langt lyset bevæger sig på en milliardtedel sekund (= 1 nanosekund = 1 ns)

$$\begin{aligned} s &= ct = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 1 \cdot 10^{-9} \text{ s} \\ &= 3,00 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 0,300 \text{ m} = 30,0 \text{ cm} \end{aligned}$$

AFVIGELSE

Mange har svært ved at begrænse brugen af ordet usikkerhed i fysik. Det skyldes, at ordet i daglig tale bruges i en bred betydning. Men i naturvidenskab bruges ordet usikkerhed KUN om den direkte måling og de størrelser, der beregnes på grundlag heraf.

Når man senere vil sammenligne sine resultater med andres resultater, tabelværdier eller fabriksangivelser, finder man måske en forskel. Og man kunne fristes til at sige at denne forskel er en usikkerhed på ens egen måling (eller de andres). Men det er IKKE en korrekt måde at bruge ordet usikkerhed på i naturvidenskab.

Vi har et andet ord til at betegne det vi tænker på ved en sådan sammenligning. Vi beregner *afvigelsen*.

Lad os som eksempel vende tilbage til chokoladen fra Bulgarien, og forestille os, at vi har vejlet den til 94 gram på en brevvægt hjemme på skrivebordet med en usikkerhed på 2 gram. Vi siger så, at der er en afvigelse på minus 6 gram fra den påtrykte vægt 100 gram. Har fabrikken lovet mere end de kunne holde? Nej, vi kan jo kun hævde, at vægten er et sted mellem 92 g og 96 g. Chokoladen kunne altså godt veje 96 g, selv om vi har noteret 94 g. Og 96 g ligger inden for det interval, som fabrikken garanterer.

Vi kunne også se det ved at beregne afvigelsen i procent, og sammenligne med usikkerhederne i procent. Afvigelsen i procent er

$$\frac{94 \text{ g} - 100 \text{ g}}{100 \text{ g}} = \frac{-6 \text{ g}}{100 \text{ g}} = -6\%$$

mens objektusikkerheden fra fabrikken er

$$\frac{5 \text{ g}}{100 \text{ g}} = 5\%$$

og vores måleusikkerhed er

$$\frac{2 \text{ g}}{94 \text{ g}} \approx 2\%$$

Da afvigelsen er mindre end den samlede usikkerhed på 7 %, passer vores resultat *inden for usikkerheden*, og vi kan ikke anklage fabrikken for at bryde sin garanti.

FEJL, FEJLKILDER

Hvis afvigelsen er væsentligt større end usikkerheden kan forklare, må der være fejl. Man kan selvfølgelig have målt, aflæst eller regnet forkert. Det er uinteressant for den fysiske undersøgelse. Der kan også have været nulpunktsfejl, som vi allerede har omtalt. Eller der kan være apparatfejl.

Men det mest interessante er, at der kan være fejl ved selve forsøget. Fejl, som man ikke kan undgå, fordi de er en del af opstillingen. En del af den metode man har valgt. Sådanne fejl kan stamme fra forskellige fejlkilder.

Ved en *fejlkilde* forstås en fejl i målemetoden, som der ikke er taget højde for i teorien.

En fejlkilde påvirker resultatet i ensidig retning.

Den ensidige påvirkning kan hjælpe dig til at skelne fejlkilder fra usikkerheder. En skelnen, som mange har svært ved.

Lad os tage et eksempel: Bestemmelse af tyngdeaccelerationen med faldmaskine. Med

sådan et apparat, kan du selv bestemme accelerationen ved lodret fald med en usikkerhed på 3 promille eller mindre. Altså ganske nøjagtigt.

Kuglen holdes af en elektromagnet, og faldstrækningen aflæses på en målestok. Hvis man glemmer at tjekke, at kuglen starter ud for målestokkens nulpunkt, kan der opstå nulpunktsfejl på strækningen. Hvis tidtagningen starter når strømmen til elektromagneten afbrydes, går uret igang før kuglen begynder at falde, fordi det tager lidt tid før restmagnetismen er klinget af magneten. Dermed bliver der nulpunktsfejl på tiden.

For at undgå det sidste, har man opfundet en faldmaskine, hvor kuglen holdes fast på nogle metalskiner. Der sendes så en strøm fra timeren ud i den ene skinne, gennem kuglen (som også er af metal) og tilbage gennem den anden skinne. Når kuglen falder, afbrydes strømmen, og først da startes tidtagningen.

Lad os nu forestille os, at du måler uden nulpunktsfejl eller apparatfejl.

Lad os forestille os, at du har bestemt accelerationen til $9,78 \text{ m/s}^2$ med en usikkerhed på 3 promille, altså 0,3 %. *Tabelværdien* for tyngdeaccelerationen i Danmark er $9,82 \text{ m/s}^2$. Afvigelsen i procent er så

$$\frac{9,78 - 9,82}{9,82} = \frac{-0,04}{9,82} = \frac{-4}{982} \approx \frac{-4}{1000} = -4 \text{ promille} = -0,4\%$$

Afgigelsen er lidt større end usikkerheden, så der kan være en eller flere fejlkilder. Man må prøve at nævne mulighederne i rækkefølge med den mest sandsynlige først. Herunder bør man også overveje, om de fejlkilder man nævner kan forklare afvigelsens retning. Hvis man har fået et for lille resultat, kan det jo ikke nytte at nævne en fejlkilde, der gør resultatet for stort.

Den sandsynlige fejlkilde er luftmodstanden. Den er der nemlig ikke taget højde for i vores opstilling. Luftmodstanden gør accelerationen

mindre, så den virker i den rigtige retning.
Tabelværdien er jo målt i lufttomt rum.

Denne fejkilde lægger op til en ny forsøgsrække.
Hvis luftmodstanden er fejkilden, bør man kunne
måle, at afvigelsen bliver mindre, jo større kugle
man bruger.

Der er endnu ingen på skolen, der har undersøgt
dette til bunds. Måske var det noget for dig?

GOD FORNØJELSE

Du skal ikke hver gang gøre databehandlingen så
grundig, som vi har gjort her. Forskellige forsøg
vil fremhæve forskellige sider af databehandling.
Din lærer vil fortælle dig, hvad hun eller han
lægger vægt på i de enkelte øvelser.

God fornøjelse med dine forsøg!

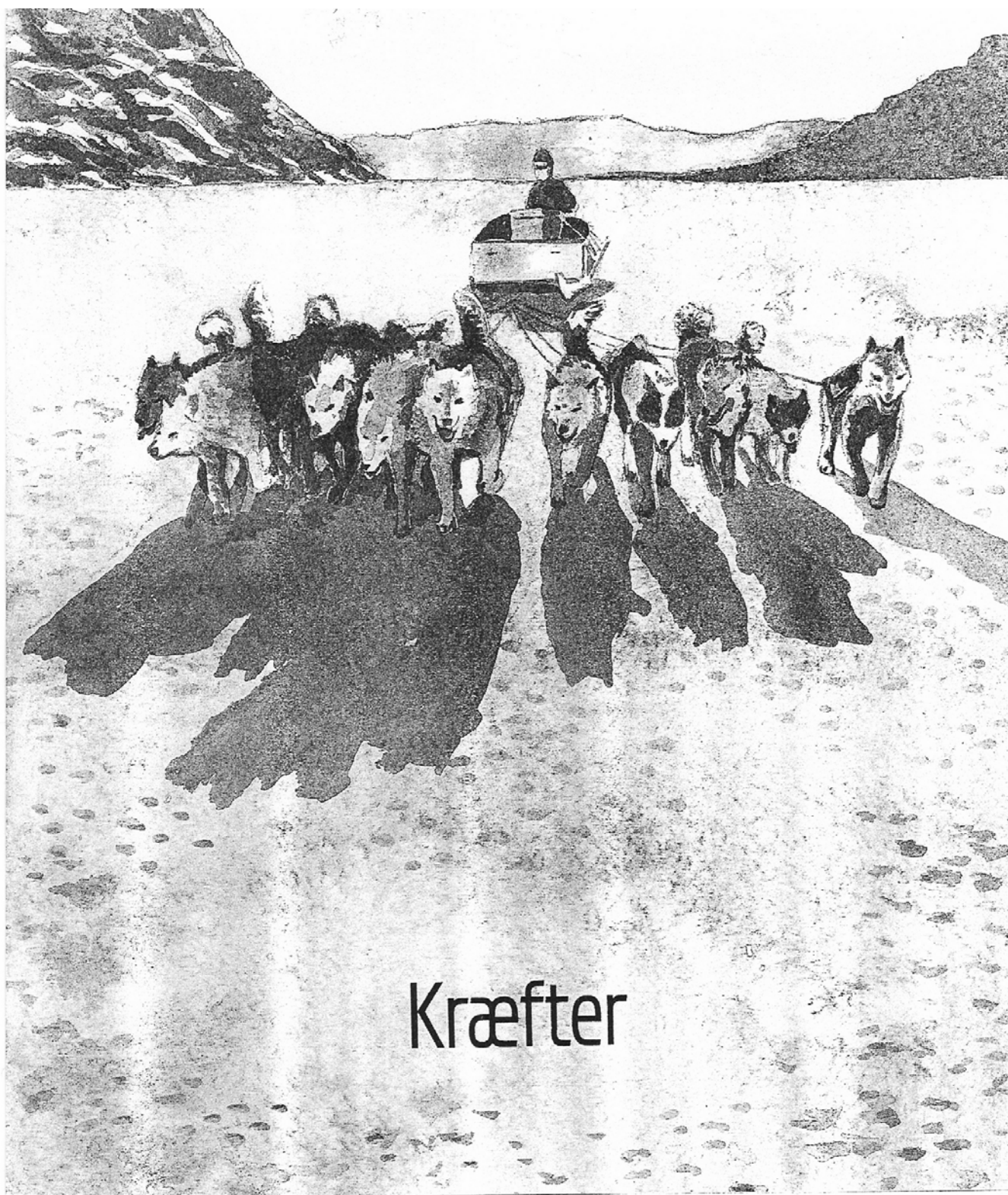
God fornøjelse med dine forsøg!

TIMES				DISTANCES		
YEARS	SECONDS		MEAN LIFE OF	LIGHT-YEARS	METERS	
		?			10^{27}	?
	10^{18}	Age of universe		10^9	10^{24}	Edge of universe
10^9		Age of earth	U^{238}	10^6	10^{21}	To nearest neighbor galaxy
	10^{15}			10^3	10^{18}	To center of our galaxy
10^6		Earliest men			10^{15}	To nearest star
	10^{12}	Age of pyramids	Ra^{226}	1	10^{12}	Radius of orbit of Pluto
10^3		Age of U.S.			10^9	To the sun
	10^9	Life of a man	H^3		10^6	To the moon
1	10^6	One day			10^3	Height of a Sputnik
	10^3	Light goes from sun to earth	Neutron		1	Height of a TV antenna tower
	1	One heart beat			10^{-3}	Height of a child
	10^{-3}	Period of sound wave			10^{-6}	A grain of salt
	10^{-6}	Period of radiowave	Muon $\pi^\pm$ -meson		10^{-9}	A virus
	10^{-9}	Light travels one foot			10^{-12}	Radius of an atom
	10^{-12}	Period of molecular rotation			10^{-15}	Radius of a nucleus
	10^{-15}	Period of atomic vibration	π^0 -meson			
	10^{-18}	Light crosses an atom				
	10^{-21}	Period of nuclear vibration				
	10^{-24}	Light crosses a nucleus	Strange particle			
		?				

Tabeller fra Feynmans Lectures on Physics.

Indhold:

25	Træghedsprincippet, Inertiens lov
26	Kraftoverskud, resulterende kraft
26	Kraft og inerti
27	Inerti og omvendt
27	Kalendernissen
28	Kraft og acceleration
29	Masse
29	Massefylde
31	Tyngdeloven
32	Aktion og reaktion
32	Friktion
32	Luftmodstand
35	Gnidning
36	Gnidning i detaljer
37	Fjederkræfter
39	Tryk
40	Tryk og højde
40	Opdrift
41	Enhedssystemet
42	Kraftdefinition eller naturlov?
30	Eksempel 5 - 7
38	Eksempel 8 - 13
43	Eksempel 14 - 19



Når bevægelsen er beskrevet, søger man dens årsag. Vi siger, at årsagen til en acceleration er, at der virker et kraftoverskud på det legeme, der accelererer. Da legemets masse også spiller en rolle for dets bevægelse, skal dette kapitel beskrive både masse og kraft.

Kraftoverskuddet kan være et resultat af mange forskellige typer af kræfter. Vi vil beskrive en hel del af dem: Tyngdekræfter, reaktionskræfter, luftmodstand, gnidningsmodstand, fjederkræfter, trykkræfter og opdrift.

Det har taget mange århundreder at opnå en præcis forståelse af, hvad man skal mene med

begrebet en kraft. Det gøres ikke lettere af, at vi bruger ordet i dagligsproget. Måske siger vi, at en kuglestødskugle bevæger sig med stor kraft gennem luften. Men fysisk set burde vi sige, at kuglen bevæger sig med stor energi. Hvis kuglen nemlig var påvirket af en fremadrettet kraft i luften, ville den accelerere fremad, og det gør den ikke.

I det følgende vil vi præcisere kraftbegrebet og i næste kapitel præcisere energibegrebet. Det område af fysikken, der behandler legemers bevægelse under kraftpåvirkning, kaldes *dynamik* (græsk dynamikos: kraftig, dynamis: kraft, styrke).

Kræfter

Det er ikke så svært at *beskrive* bevægelse med konstant fart. Men det er meget svært at *forklare*, hvordan kræfterne er i et sådant tilfælde. Selv en stor naturfilosof som Aristoteles (384 - 322 f.v.t.) tog helt fejl. Han mente, at der skulle en kraft til at opretholde en bevægelse.

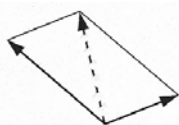
Jamen, er det ikke den erfaring, vi har fra dagligdagen? Jo, men hvis vi er meget omhyggelige i vores undersøgelse af bevægelsen, vil vi opdage, at vores erfaring egentlig kun siger, at der skal en fremadrettet kraft til at opretholde bevægelsen, fordi der altid virker en gnidningsmodstand i modsat retning.

Det overraskende er, at hvis den fremadrettede kraft er lige så stor som gnidningsmodstanden, vil legemet fortsætte. Der skal med andre ord *ikke* noget *kraftoverskud* til at opretholde bevægelsen. Og det strider mod, hvad Aristoteles troede.

Kraftbegrebet kan i øvrigt præciseres med afsæt i den løse definition:

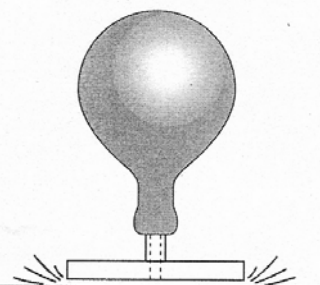
En kraft er et føleligt træk eller skub

"Føleligt"? Hold din skoletaske ud i strakt arm. Du kan føle taskens træk i din hånd. Stil dig ind i en elevator. Vælg en højere etage. Du føler et skub, en opadrettet kraft, idet elevatoren sætter igang, men føler ingen kraft, når den bevæger sig med konstant fart.



Figur 16

Kræfters parallelogram. En kraft er en retningsbestemt størrelse. Den resulterende kraft på et legeme er lig med summen af de virkende kræfter.



Figur 17

Luftpudeprincippet. Luften fra ballonen holder glideren svævende uden gnidning.

TRÆGHEDSPRINCIPPET. INERTIENS LOV

Der skulle gå næsten 2000 år fra Aristoteles før Galilei gjorde et stort fremskridt i forståelsen af bevægelse. Han opdagede, hvad Aristoteles havde overset: træghedsprincippet, inertiens lov (inerti = træghed).

Inertiens lov. (Galilei)

Et legeme, der overlades til sig selv, uden forstyrrelse, fortsætter med at bevæge sig i en ret linie med konstant hastighed, hvis det oprindeligt var i bevægelse. Eller det fortsætter med at ligge stille, hvis det oprindeligt lå stille.



Figur 19
Træg masse. Underlaget er glat.

Dette sker aldrig i vores daglige omgivelser. Hvis vi skubber en taske hen over bordet, stopper den. Men det er fordi, den *ikke* overlades til sig selv: den gnider mod bordet. Det krævede en vis forestillingsevne at finde den rigtige lov, og den forestillingsevne leverede Galilei.

Hvorfor fortsætter alle ting deres bevægelse ligeud, hvis de ikke forstyrres?. Det er der ingen, der ved, men det gør de. Inertiens lov er en naturlov. Al masse har en iboende *træghed*, en træghed mod ændring i bevægelsestilstand.

Accelerationen kan *føles*, når man sidder i bilen under accelerationen. Man føler sig presset lidt tilbage i sædet. Følelsen er kraftigere ved flystart eller ved acceleration på motorcykel. Det er ens egen træghed, inert, der er årsag til følelsen. Og det er samme inert, der gør bilsammenstød så farlige: Man fortsætter ud ad forruden, hvis man ikke er fastspændt i en sikkerhedssele.

Inertiens lov demonstreres godt af "flyvebådsprincippet" med en plade, der svæver på bordet på en luftpude fra en ballon (se figur 17). Her er gnidningsmodstanden meget lille, så kun luftmodstanden forstyrrer bevægelsen. Man kan også få fornemmelsen for, at ting "fortsætter med at bevæge sig i en ret linie" ved at betragte glidere på en luftpudebane.

Allerbedst er det at forestille sig et rumskib, der svæver afsted i verdensrummet langt væk fra planeter og stjerner. Verdensrummet er mere tomt end selv det bedste vacuum, vi kan lave på jorden. Der er ingen luftmodstand. Når motorerne er slukkede, fortsætter rumskibet sin bevægelse ligeud, indtil det eventuelt støder imod noget eller motorerne tændes igen.

Et andet godt eksempel er at forestille sig, hvordan luftmolekyler bevæger sig rundt mellem hinanden. Luften består jo kun af disse molekyler, så molekylerne selv bevæger sig faktisk rundt i et tomt

rum mellem hinanden. De bevæger sig næsten udelukkende efter inertiens lov: I rette linier mellem hinanden, støder sammen i elastiske stød, der ændrer deres retning og bevæger sig igen i rette linier indtil nye sammenstød.

Molekylerne er selvfølgelig påvirket af tyngdekraften (hvis de ikke var det, ville atmosfæren ikke holde sig ved jorden, og vi kunne ikke leve her!). Men der går meget kort tid mellem de enkelte sammenstød, og molekylerne er meget lette, så tyngdekraftens betydning er uhyre lille.

KRAFTOVERSKUD

Man kan sige, at en bil, der accelererer, gør det fordi motorkraften er større end luftmodstand, gnidningsmodstand og rullemodstand tilsammen, så der er et overskud, en *samlet kraft* i accelerationens retning. Den samlede kraft findes som summen (resultatet) af samtlige virkende kræfter, hvor to kræfter regnes med modsat fortegn, hvis de er modsat rettede. Den samlede kraft kaldes ofte "*den resulterende kraft*", selvom det kan misforstås. Den resulterende kraft er ikke en ny, mystisk kraft. Det er blot resultatet af de virkelige kræfter. Tidligere kaldte man den for resultanten. Det var et bedre ord, men det er gået af brug. Vi vil prøve at kalde den *kraftoverskuddet* og somme tider kalde den *kraftresultanten*, så du kan genkende begrebet, hvis du læser andre fysikbøger. Du er velkommen til at tænke 'kraftoverskud' hver gang du læser 'kraftresultant'.

KRAFT OG INERTI

Cirka 100 år efter Galilei fik englænderen Isaac Newton (1642 - 1727) styr på kraftbegrebet. Han startede med at omformulere inertiens lov, så ordet kraft kom til at indgå

Inertiens lov. (Newtons 1. lov)

Et legeme, der ikke er påvirket af noget kraftoverskud, vil forblive i sin tilstand af hvile eller fortsat jævn, retliniet bevægelse.

Det skal lige bemærkes, at Newton bruger ordet 'indpræget kraft' for det vi, i Danmark, kalder kraftresultanten (kraftoverskuddet). Hvad han har ment med ordet indpræget diskuteres stadig.

Som sagt blev inertiens lov først fundet af Galilei, som derfor skal have æren for den. Loven har fået Newtons navn hæftet på sig,

fordi Newton indførte et præcist kraftbegreb og samlede reglerne for kræfter i tre love. Som du ser, er hans første lov blot en omformulering af Galileis udgave af inertiens lov, og Newton henviser selvfølgelig til sin forgænger.

INERTI OG OMVENDT

Inertiens lov bruges ofte med omvendt logik, når man skal undersøge bevægelser eller regne opgaver.

Lad os vende tilbage til eksempler med transportmidler. Vi kan ikke føle bevægelsen, hvis bilen eller toget kører med konstant hastighed, vi lukker øjnene, og køretøjet er godt affjedret. Vi siger, at personen ikke er påvirket af noget kraftoverskud. Ligeledes er bilens motorkraft netop stor nok til at ophæve luftmodstand med mere, så bilen kan fortsætte sin bevægelse med konstant hastighed. Vi formulerer dette i

Inertiens omvendte lov.

Et legeme, der bevæger sig med konstant hastighed eller ligger stille, er ikke påvirket af noget kraftoverskud.

Det er ofte denne formulering, der tænkes på som Newtons 1. lov, selv om det ikke er helt korrekt at kalde den det. Men loven er rigtig nok! Og vi kan meget tydeligt se forskellen til Aristoteles' fejlagtige opfattelse, som vi kunne skrive på denne måde

Aristoteles' bevægelsesforståelse

Et legeme, der bevæger sig med konstant hastighed, er påvirket af et kraftoverskud

Det er forkert!

Hvis hastigheden er konstant, er kraftoverskuddet nul. Det får en meget anvendelig betydning, når en bevægelse skal undersøges:

KALENDERNISSEN

Der er lidt forvirring i forskellige bøger om Newtons fødselsår. Vi skriver 1642, fordi det var det årstal, Newton selv ville have skrevet, mens han levede! Nogle bøger skriver 1643 fordi det er det man får, hvis man regner tilbage fra i dag, hvor vi bruger den såkaldte gregorianske kalender med skudår. Men den blev først indført i Danmark i 1700, hvor man den 18. februar i den gamle

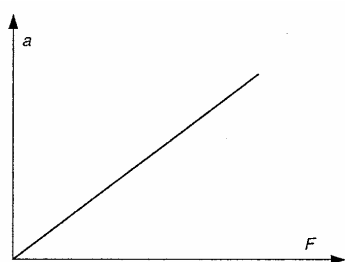
kalender sprang til den 1. marts i den nye. England tog først afsked med den gamle, såkaldte julianske kalender cirka fyrré år senere. Mens Newton levede, havde man altså i England den julianske kalender

KRAFT OG ACCELERATION

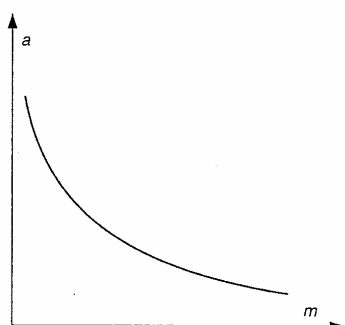
De kræfter, der virker på et legeme, er altid afhængige af de omgivelser legemet befinder sig i. Vi har allerede nævnt mange typer i indledningen, og vi vil beskrive dem en efter en nedenfor. Men først vil vi forestille os en almen situation, hvor et legeme er påvirket af et kraftoverskud, som kan skyldes samvirken af en eller flere af de nævnte kræfter: Tyngdekrafter, reaktionskræfter, luftmodstand, gnidningsmodstand, fjederkræfter, trykkræfter og opdrift.

Lad os vende tilbage til eksemplet med bilen.

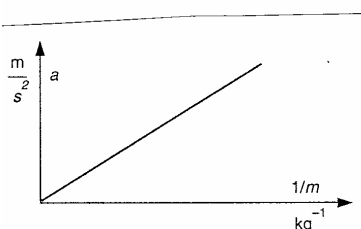
Det er et samspil mellem kraftoverskuddet og bilens masse, der bestemmer bilens acceleration. Samspillet udtrykkes alment i



Figur 22
Jo større kraft, jo større acceleration.



Figur 23
Jo større masse, jo mindre acceleration.



Figur 21
($\frac{1}{m}$, a) graf.

Dynamikkens grundlov. (Newtons 2. lov)

Accelerationen er proportional med kraftoverskuddet, og omvendt proportional med massen

$$a = \frac{F_{res}}{m} \quad (4)$$

Her står a for accelerationen, F_{res} for kraftresultanten (kraftoverskuddet) og m for massen. Bogstavet F for kraft kommer fra engelsk force: kraft.

Dynamikkens grundlov giver os mulighed for et mål for kræfter. Den bruges nemlig ved definition af kraftenheden i det internationale enhedssystem; det vi kunne kalde en

Dynamisk kraftenhed:

1 Newton er størrelsen af den overskydende kraft, der giver et legeme med massen 1 kilogram en hastighedsforøgelse på 1 meter pr. sekund i hvert sekund.

Heraf ses sammenhængen mellem enhederne $\text{N/kg} = \text{m/s}^2$, eller $\text{N} = \text{kgm/s}^2$.

Newtons 2. lov skrives ofte med massen ganget sammen med accelerationen

$$ma = F_{res}$$

Den er måske nemmere at huske på denne måde, men kan give anledning til misforståelser. Lige gyldigt hvilken måde den skrives på, er dét, den fortæller, dog ens: Når du ønsker at beskrive en bevægelse, så gå på jagt efter alle de kræfter, der virker på systemet og find kraftoverskuddet. Når du kender overskuddet, kan accelerationen beregnes.

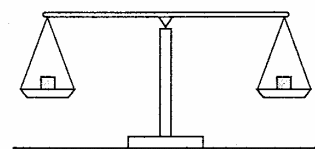
Dynamikkens grundlov lyder måske nem nok: Jo større kraftoverskud, des større acceleration. Jo større masse, des sværere er det at accelerere legemet. Det vil sige, jo større masse, des mindre acceleration. I praksis er det dog ikke altid lige let at finde kraftoverskuddet. Men som altid: øvelse gør mester.

MASSE

Massen, som måles i kg, er et mål for indhold af stof, (men på en anden måde end moltallet). Massen af et legeme er ens på Jorden og på Månen og hvorsomhelst i Universet. Astronauterne bevarer deres masse selvom de svæver i vægtløs tilstand i kredsløb om Jorden. Men astronauterne "vejer" ikke længere noget. I en satellit i kredsløb om Jorden er der ingen tyngde.

Hvordan kan man så sammenligne masser, hvis tyngden af dem afhænger af bevægelsen og af stedet på (eller over) jorden? Jo, man kan sammenligne masser på en skålvægt. På den ene skål lægges lodder med kendt masse, på den anden lægges det man vil veje. Når de to skåle er i balance, er der den samme masse på begge skåle.

En anden måde at sammenligne masser på, er at måle, hvor svært det er at accelerere dem. Når der skal bruges samme kraftoverskud til at accelerere to masser, er de ens.



Figur 20
Skålvægt.

MASSEFYLDE

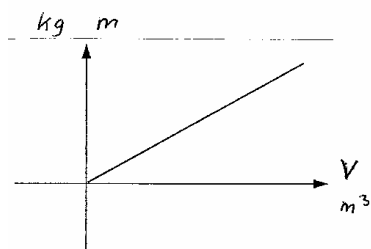
Forestil dig, at vi stiller et tomt 100 mL måleglas på en vægt og derefter nulstiller vægten. Vi hælder så 10,0 mL salatolie i, vejer, hælder mere olie i op til for eksempel 21,3 mL, vejer igen.

Vi fik hældt lidt "for meget" i, tænker du måske, men det vigtige er ikke at vi rammer nøjagtigt 20,0 mL, men blot at vi noterer det

nøjagtige rumfang sammen med den tilhørende masse. Det ville tage alt for lang tid at hælde frem og tilbage til vi ramte "det rigtige". Det er hurtigere at aflæse og indtegne en skæv måling præcist, end at bruge tid på at få "pæne" tal i forsøgene.

Vi fortsætter til for eksempel 29,7 mL, vejer og noterer igen, 39,2 mL, 50,5 mL osv. indtil vi har fyldt op til cirka 100 mL.

Vi tegner nu målingerne ind i en graf med rumfanget V ud ad x -aksen og massen m op ad y -aksen, se figur 21. Rumfang kaldes også volumen (eng. volume: rumfang), et volumen, voluminet. Deraf symbolet V . Læg mærke til, at vi skriver store V , så vi kan skelne rumfang fra hastighed, lille v i vores formler. Grafen viser som forventet en ret linie gennem (0,0). Massen er proportional med voluminet



$$m = \rho V$$

hvor proportionalitetskonstanten ρ (græsk rho = dansk r) kaldes oliens *massefylde*. Massefylden er altså defineret som hældningen i grafen

$$\rho = \frac{m}{V} = \text{masse pr. rumfangsenhed} \quad (5)$$

Massefylden kaldes også *masseætheden* idet den udtaler sig om hvor tæt stoffet er "pakket sammen". For eksempel har vand en større masseæthed end sprit. Man bruger også ordet *vægtfylde*, som vel ligger bedst i munden, men som er ved at blive afskaffet. Endelig kaldes massefylde også *densitet* (eng. density: tæthed).

Benævnelsen er g/mL, g/cm³, kg/L eller kg/m³. Platin er universets tungeste grundstof med en massefylde på 21,45 g/mL eller 21,45 g/cm³. Vi kunne også skrive eller 21.450 kg/m³. Omregningen fra g/mL til g/cm³ er nem fordi 1 mL = 1 cm³.

De mest almindelige omregninger, du får brug for er

$$1 \text{ g/mL} = 1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Eksempler

5. Alle lodder og alle vægte er i princippet justeret så de måler massen i forhold til *normalkilogramsloddet*. Der kan dog være mellemlid i justeringen via nationale standardlodder. Det danske 1 kilogramslod opbevares på Dansk Institut for Fundamental Metrologi på Danmarks Tekniske Universitet i Lyngby, som også er ansvarlige for andre målestandarder. Fundamental betyder grundlæggende. Instituttet lægger med andre ord grunden for nøjagtige målinger i Danmark. Dermed véd den avancerede del af vores industri, hvad de kan garantere,

når de skal sælge finere udstyr ikke mindst til udlandet. Og den del af vores eksperimentelle forskning, som kræver stor nøjagtighed, kan udveksle resultater på en meningsfuld måde med forskere i andre lande.

Normalkilogramsloddet er en klump metal, der ligger godt beskyttet i en glasbeholder i Sèvres i Paris. Loddet er en legering af to grundstoffer, ædelmetallerne platin og

iridium. Legeringen er kemisk meget stabil, og reagerer derfor ikke ret meget med luftens ilt eller urenheder i luften. Hver nation har så et nationalt kilogramslod, som man bruger "til daglig". Engang imellem mødes metrologerne (ikke meteorologerne) for at tjekke deres lodder mod hinanden og i forhold til LODDET i Paris. Man finder så ud af, hvor meget de enkelte lodder har "taget på" ved at være hevet frem, når de skulle bruges til indstilling af meget nøjagtigt udstyr. Lodderne bliver "slanket" ved at blive varmet lidt op, så urenheder dunster af, indtil deres masse passer igen!

6. Vand har en massefylde på cirka $1 \text{ g/mL} = 1 \text{ kg/L} = 1 \text{ kg/dm}^3$. Vi minder om, at $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$ og $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$. Vandet i en terning på $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ vejer altså

cirka 1 kg. Denne pæne værdi for vands massefylde skyldes, at normalkilogramsloppet er valgt så det cirka balancerer med 1 Liter vand! "Cirka", jamen ER massefylden af vand ikke præcis 1 kilogram pr. liter. Nej, den afhænger lidt af temperaturen, som du kan se i tabellen side 210. Platin derimod, ændrer sig meget lidt med temperaturen og platin-iridium endnu mindre. Det er endnu en grund til at man har valgt denne legering til normalkilogramsloppet.

7. Prøv om du selv kan foretage omregningen fra g/cm^3 til kg/m^3 , ellers vil din lærer sikkert gerne hjælpe dig. Du får dog lidt hjælp her: Prøv at omskrive 1 kg/m^3 til g/cm^3 , idet du husker at $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$ og $1 \text{ m}^3 = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$.

TYNGDELOVEN

Den mest velkendte kraft er nok tyngdekraften. Vores erfaringer med den er bygget ind i bevidstheden lige fra barnsben. Så instinktivt, at vi automatisk griber nedad og ikke opad, hvis vi taber noget.

Tyngdekraften er proportional med massen:

$$F_{\text{tyngde}} = gm \quad (6)$$

hvor m er legemets masse. Vi benytter denne ligning som definition af et mål for tyngdekraft. Tyngdekraften på forskellige masser kan sammenlignes ved balance på en skålvægt, som vi beskrev ovenfor. Vi mangler dog at fastlægge en enhed for tyngdekraft. Dette gøres ved hjælp af proportionalitetskonstanten g , som findes til $9,82 \text{ Newton pr. kilogram} = 9,82 \text{ m/s}^2$.

Tyngdefeltet har samme styrke, hvadenten legemet holdes stille i vores hånd, eller det falder til jorden. Betegnelsen *tyngdeacceleration* for g er derfor lidt uheldig. I forbindelse med tyngdeloven kaldes g derfor også *tyngdefeltstyrken*. Pas på ikke at kalde g for tyngdekraften.

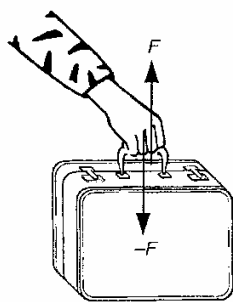
Lad os beregne tyngdekraften på et 100 grams lod for at knytte enheden newton sammen med vores erfaringer med tings tyngde

$$F_{\text{tyngde}} = 9,82 \text{ N / kg} \cdot 0,100 \text{ kg} = 0,982 \text{ N} \approx 1 \text{ N}$$

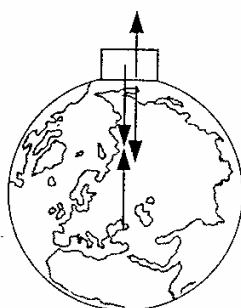
Kraften 1 newton svarer altså cirka til tyngden af 100 gram.



Figur 18
Tyng masse.



Figur 24
En taske i strakt arm.



Figur 25
Joakim von And's pengetank.
(Normalkræfterne er en anelse mindre end masseiltækningerne).

AKTION OG REAKTION

I det tilbagevendende eksempel med tasken i strakt arm, siger vi, at tasken holdes svævende i luften, fordi du påvirker den med en kraft (som modvirker tyngdekraften).

Den kraft, som du påvirker tasken med, kaldes her *aktion*. Din aktion på tasken bevirker en reaktion på dig selv; en nedadrettet kraft, der virker på din hånd, og som er lige så stor, men modsat rettet aktionen på tasken. Den nedadrettede kraft (reaktionen) på din hånd må ikke forveksles med tyngdekraften på tasken. Reaktionen virker på dig, tyngdekraften virker på tasken!

Dette er et eksempel på den almene lov

Om aktion og reaktion. (Newtons 3. lov)

Når et legeme A påvirker et legeme B med en kraft F , vil legeme B påvirke legeme A med en lige så stor, modsat rettet kraft $-F$ (minus F , se figur 24), "Aktion lig reaktion" siger man populært.

Læg mærke til at aktion (din kraft på tasken) og reaktion (taskens kraft på dig) virker på hvert sit legeme.

FRIKTION

Luftmodstand og gnidningsmodstand kaldes under et for *friktion*. I virkelighedens verden er der altid friktion, så det ville være rart, hvis man havde mulighed for at beregne den i konkrete tilfælde. Du kan måske fornemme, at friktion må være indviklet at forstå i detaljer. Der er tale om virkningen af et enormt antal molekyler. Alligevel viser det sig, at friktion kan beskrives temmelig godt ved simple formler.

LUFTMODSTAND

Når du kører på cykel, har du måske lagt mærke til, at man næsten ikke kan mærke luftmodstanden i starten. Hvis man for eksempel triller langsomt med 4 km/h ved siden af en kammerat, der går på fortovet, mærker man ikke luftmodstanden. Kører man for sig selv, kan de fleste holde en fart på 18 til 20 km/h uden at det føles anstrengende. Luftmodstanden kan mærkes, men man kan holde cyklen igang længe uden at blive forpustet.

Sættes farten op til 25 km/h vil mange have svært ved at holde

den i længere tid. Man skal faktisk være i temmelig god form for at kunne det. Og for at køre 30 km/h må man virkelig træde til. De fleste kan kun gøre det i korte spurter. Og man skal være cykelrytter for at kunne holde en fart på op mod 40 km/h i længere tid.

Man føler måske man fordobler sit pedaltråd, når man skal øge farten fra 18 km/h til 25 km/h. Selv om man ikke derved fordobler sin hastighed.

Findes der mon en lov, der beskriver hvordan luftmodstanden afhænger af hastigheden? Ja, det gør der. Luftmodstanden er nogenlunde proportional med kvadratet på hastigheden.

$$F_{\text{luft}} = kv^2 \quad (\text{almindelige hastigheder})$$

Det betyder, at hvis man fordobler hastigheden for eksempel fra 10 km/h til 20 km/h, så stiger luftmodstanden til det firdobbelte. Proportionalitetskonstanten k afhænger af luftens massefylde og af cyklens form.

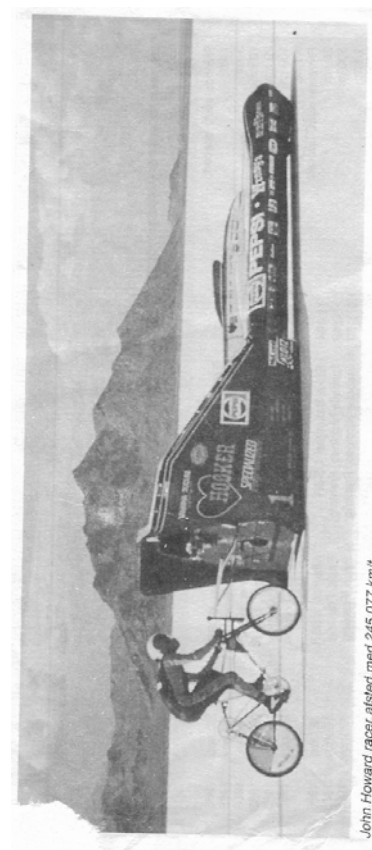
Det er faktisk meget overraskende, at der findes så simpel en formel, der kan beskrive noget, der er så indviklet. For prøv at tænke på, hvad der sker med luften, når den suser omkring dig på cyklen. Luften afbøjes ved forhjulet til begge sider og op over cyklen og dig. Ja, lidt af luften rives med rundt mellem egerne på hjulene. Pedalerne stikker ud, og så videre.

Formlen for luftmodstand er da heller ikke en præcis, grundlæggende lov af samme type som dynamikkens grundlov. Hvis man undersøger luftmodstanden i detaljer bliver det meget indviklet som vi lige antydede, og loven bliver faktisk mere og mere forklert, jo flere detaljer man ønsker at medtage. Man kan for eksempel ikke bare måle luftmodstand på stellet for sig, pedalerne for sig, cyklisten for sig osv. For luftmodstanden bliver en anden end summen af delkræfterne, når delene sættes sammen til en cykel med cyklist på. Luften bevæger sig jo på en anden måde omkring pedalerne, når de sidder på cyklen, fordi luften allerede er blevet afbøjet ved forhjulet.

Alligevel gælder formelen temmelig godt for cykel og cyklist som helhed. Det er det overraskende.

Hvis hastigheden er meget lille (mindre end cirka 1 cm/s) gælder en lidt anden formel. Her er luftmodstanden kun proportional med hastigheden.

$$F_{\text{luft}} = kv \quad (\text{små hastigheder})$$



John Howard racer alletid med 245,077 km/t.

Proportionalitetskonstanten k er nu en anden (og med en anden enhed). Også her afhænger k af legemets udformning. Men den afhænger ikke af luftens massefylde. Til gengæld afhænger den af en størrelse, der beskriver luftens "sejhed"; det, der kaldes luftens viskositet. Hvad der forstås ved små hastigheder afhænger ikke blot af legemets størrelse, men også af viskositeten og massefylden. For eksempel er modstanden i sirup proportional med hastigheden op til langt større hastigheder, fordi sirup er meget sejt.

Den kugle vi målte på i figur 6 havde en diameter på 16 mm og faldt i luft ved 20 °C. Vi forklarede kurvens krumning ved den voksende luftmodstand. Man kan beregne, at i starten vokser luftmodstanden proportionalt med hastigheden

$$F_{\text{luft, kugle}} = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ kg / s} \cdot v \quad (v < 0,1 \text{ m/s})$$

Men når kuglen efter cirka en hundrededel sekund er nået op på 0,1 m/s begynder luftmodstanden at vokse kraftigere

$$F_{\text{luft, kugle}} = 55 \cdot 10^{-6} \text{ kg / m} \cdot v^2 \quad (v > 0,1 \text{ m/s})$$

Læg mærke til at enhederne på konstanterne er forskellige og kontrollér at resultatet giver newton i begge tilfælde.

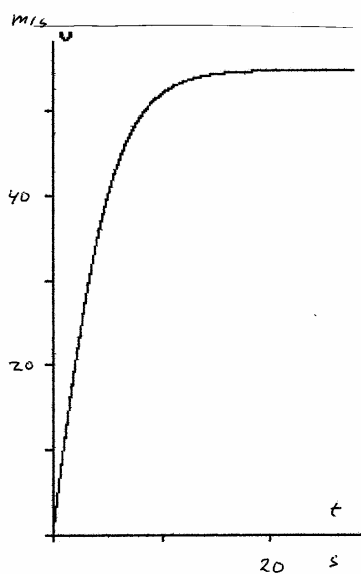
Efter et sekund er hastigheden cirka 10 m/s og luftmodstanden må så være 5,5 millinewton

$$F_{\text{luft}} = 55 \cdot 10^{-6} \text{ kg / m} \cdot (10 \text{ m / s})^2 = 55 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2 \text{ N} = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Kuglen vejede cirka 55 gram, så tyngdekraften på den er cirka 550 millinewton. Selv ved 10 m/s (36 km/h) er luftmodstanden altså kun en hundrededel af tyngdekraften.

Når kuglens hastighed er femdoblet til 50 m/s er luftmodstanden femogtyvedoblet til 138 millinewton. Nu er luftmodstanden ikke længere lille i forhold til tyngdekraften, så kuglen falder ikke længere med en acceleration på cirka 10 m/s². Der må altså være gået mere end fem sekunder før hastigheden nåede op på 50 m/s.

Når kuglens hastighed er tidoblet til 100 m/s er luftmodstanden hundrededoblet til 550 millinewton. Luftmodstanden er nu lige så stor som tyngdekraften, så kraftoverskuddet bliver nul. Kuglen accelererer ikke mere. Den har nået sin maksimale faldhastighed på 100 m/s eller 360 km/h!



GNIDNING

Vi vil nu beskrive gnidning mellem tørre, faste stoffer.

Gnidning er endnu et eksempel på en kraft, der kan beskrives med god tilnærmelse ved en simpel lov. Men gnidning bliver temmelig indviklet at forklare, hvis man begynder at undersøge detaljerne.

Lad os først opstille den simple lov, inden vi omtaler detaljerne.

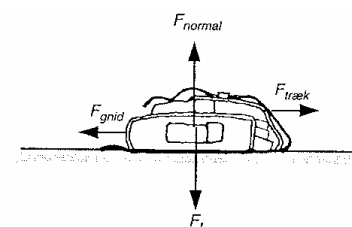
En taske slæbes hen ad gulvet. Det er vores fornemmelse, at jo tungere tasken er, des større er *gnidningsmodstanden*, friktionen. Det skyldes at presset mellem taske og gulv er større for en tungere taske end en let taske. Man kunne derfor forledes til at tro, at gnidningskraften var proportional med tyngdekraften på tasken. Det er den da også, hvis bevægelsen foregår vandret. Men hvis tasken glider ned ad en skrå hylde, vil presset mellem taske og hylde ikke være så stort. Gnidningskraften vil være mindre, selvom tyngdekraften jo er den samme på tasken. Vi må altså være mere omhyggelige med vores beskrivelse, og til det får vi brug for "Newtons 1.lov" (inertiens omvendte lov) og Newtons 3. lov (loven om aktion og reaktion).

Lad os igen tænke på tasken, der trækkes vandret hen over gulvet. Og lad os forestille os, at det sker med konstant hastighed, det vil sige i en jævn retliniet bevægelse. Det betyder, at den samlede vandrette kraft må være 0 (inertiens omvendte lov). Gnidningskraft og trækraft må være lige store og modsat rettede. Hvis nemlig trækraften var større end gnidningskraften, ville tasken accelerere, og hvis gnidningskraften var større end trækraften, ville tasken bremses ned. Nu kommer så det punkt vi overså.

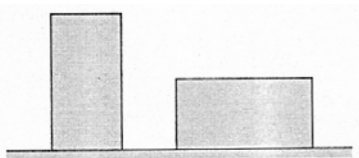
Tasken bevæger sig ikke i lodret retning. Det betyder, at den samlede lodrette kraft må være 0 (igen inertiens omvendte lov). Tyngdekraften virker nedad på tasken. Der må altså være en lige så stor, men modsat rettet kraft, der virker opad på tasken! Den kommer fra underlagets pres op mod tasken og kaldes *normalkraften*. Normalkraften er vinkelret på underlaget. Ordet 'normal' stammer fra geometri, hvor en normal, er en linie, der står vinkelret på en anden (jævnfør midtnormal).

Hvis tasken pressede mere ned mod underlaget, end underlaget presser op mod den, ville tasken jo synke (accelerere!) ned i gulvet, og hvis tasken pressede mindre mod underlaget, end det presser op mod tasken, ville tasken svæve op i luften!

Alt dette passer fint med loven om aktion og reaktion: Når tasken påvirker underlaget med én kraft, vil underlaget påvirke tasken



Figur 28
Gnidningskraft og normalkraft. På tegningen er gnidningskoefficienten cirka 0,4.



Figur 29
Gnidningskraften afhænger ikke af arealet, men af normalkraften.

med en anden lige så stor og modsat rettet kraft, normalkraften. Normalkraften er altså reaktionen fra underlaget.

Prøv eventuelt at undersøge, om gnidningsmodstanden afhænger af hastigheden (småforsøg 15). Gnidningsmodstanden måles som en kraft og kaldes derfor også gnidningskraften.

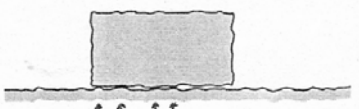
Mere nøjagtige forsøg med gnidning mellem faste stoffer viser, at gnidningsmodstanden inden for visse rammer er uafhængig af hastigheden. Det gælder således, at *gnidningskraften* F_{gnid} på et legeme, er proportional med normalkraften F_{normal} på legemet

$$F_{\text{gnid}} = \mu F_{\text{normal}} \quad (\text{Coulombs gnidningslov}) \quad (7)$$

Proportionalitetskonstanten μ (græsk my = dansk m) kaldes *gnidningskoefficienten*. Denne afhænger af de valgte materialer, men næsten ikke af hastigheden. Charles de Coulomb (1736-1806) var franskmænd og er især kendt for sin lov om kræfterne mellem elektriske ladninger.

Almindeligvis er det sværere at sætte bevægelsen igang end at vedligeholde den, når der er friktion (gnidning). Man definerer derfor en statisk gnidningskoefficient (μ_{stat}) for igangsætning og en dynamisk (μ_{dyn}) for bevægelse, hvor den statiske altså er større end den dynamiske.

Bemærk, at gnidningskræfter kun virker, når legemet bevæger sig eller forsøges sat igang.



Figur 30
Gnidningsmodstanden skyldes binding mellem atomgrupper (se pilene og teksten).

GNIDNING I DETALJER

Tidligere troede man, at gnidningmodstand opstår, når de ruheder eller buler, der er i de to flader støder mod hinanden. Man forestillede sig, at små buler i det legeme, der trækkes hen over det andet legemes buler gjorde, at legemet blev løftet lidt op for derefter at falde lidt ned igen. Men det kan ikke passe, for så ville der i netto ikke blive udført noget arbejde og derfor ville der ikke kunne afsættes energi i form af varme mellem de to flader.

Forklaringen må søges helt nede på det atomare plan. Når legemerne presser mod hinanden, vil grupper af atomer fra de to legemer binde sig lidt til hinanden. Disse bindinger trækkes hele tiden i stykker. Herved udføres et arbejde på atomgrupperne, så de efterlades vibrerende i tilfældige retninger. Vibrationerne breder sig derefter til naboerne; vibrationerne er blevet til varme!

Tænk sig, at en så indviklet serie af begivenheder alligevel ender

med en enkel formel som (7) på det makroskopiske niveau.

Samtidig er den udviklede mekanisme forklaringen på, at man endnu ikke har været i stand til at beregne gnidningskoefficienterne ud fra mikroskopiske kræfter mellem overfladerne af forskellige stoffer. Det kan virke lidt underligt, når Coulombs gnidningslov nu er så simpel. Men indtil videre må man nøjes med at måle koefficienterne.

FJEDERKRÆFTER

Kræfter kan måles med et newtonmeter (en fjedervægt, en kraftmåler). Newtonmetret inddeles fra fabrikkens side i enheder ved at hænge lodder på det. Man benytter her, at tyngdefkraften på et lod er proportional med loddets masse: Lodder med forskellig masse hænges op i fjederen, og forlængelsen måles hver gang lodderne er faldet til ro. Når lodderne er i ro, har fjederkraften samme størrelse som tyngdekraften på lodderne. Tyngdekraften beregnes, og der afsættes et mærke på vægten, som så angiver en kraft af den størrelse, man har beregnet.

Forestil dig nu, at vi trækker i eller presser på en møbelfjeder, se figur 27. Vi vil så opdage, at fjederkraften F_{fjeder} er proportional med forlængelsen eller sammenpresningen af fjederen

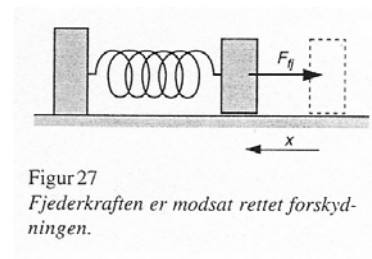
$$F_{fjeder} = -kx \quad (\text{Hooke's lov}) \quad (8)$$

Fjederkraften er den kraft, fjederen trækker eller skubber med. Proportionalitetskonstanten k kaldes *fjederkonstanten* eller *stivhedskonstanten*. Forskydningen x måles i forhold til fjederen i ligevægtsposition, det vil sige, hvor fjederen er slap. Vi ser, at fjederkraften hele tiden er modsat rettet forskydningen.

Lad os for eksempel vælge x - akse positiv til højre i figuren. Så vil x være positiv ved forlængelse. Her trækker fjederen til venstre. Fjederkraften vender bagud, så den peger i den negative retning. Derfor minusset. Ved sammenpresning (forkortning) bliver x negativ. Her presser fjederen til højre. Fjederkraften vender fremad, så den peger i den positive retning. Her passer minusset igen, idet $-x$ nu er positiv.

Robert Hooke (1635-1703) var englænder. Han opdagede, at legemer ved deformation yder en kraft, der er proportional med deformationen. Et legeme, der følger Hookes lov kaldes fuldstændig elastisk. Fjedre er et eksempel herpå.

Vi ser, at hvis fjederen i et newtonmeter følger Hooke's lov, vil mærkerne have ens afstand pr. newton.



Eksempler

8. Læg mærke til, at gnidningskoefficienten er et tal uden enhed. Man kan faktisk opfatte den som en procentstørrelse, så man siger at gnidningskraften er så og så mange procent af normalkraften. For stål mod stål er den dynamiske gnidningskoefficient for eksempel 0,57 = 57 %. En stålbeholder på 10 kg, der trækkes hen over en ståloverflade med konstant hastighed, skal derfor trækkes med en kraft på 57 N. Det kunne for eksempel være en stor portion suppe i en stål gryde, der trækkes hen ad et stålkøkkenbord med en konstant hastighed (så suppen ikke skvulper over lige før gæsterne kommer!). Tyngdekraften og dermed normalkraften er jo cirka 100 N, og trækraften skal opveje gnidningskraften på 57%.

For meget ru eller klistrede underlag, kan procenten naturligvis være større end 100 %. Du kan finde værdierne for gnidning mellem nogle almindelige stoffer i tabellen bag i bogen.

9. I nogle fysikbøger vil du se tyngdekraften skrevet som

$$F_{\text{tyngde}} = mg$$

Men vi foretrækker at sætte g forrest for at understrege, at det er en proportionalitetskonstant.

Det er denne proportionalitet, der udnyttes ved inddeling af en fjedervægt. Når et lod hænger i ro i en fjeder, er kraftoverskuddet på loddet 0 (inertiens omvendte lov). Det vil sige, at fjederkraften er lige så stor som tyngdekraften på loddet men modsat rettet. Forestil dig at man har målt en forlængelse på 2,0 cm ved at ophænge et 50 g lod i fjederen, 4,1 cm ved 100 g, 5,9 cm ved 150 g osv. Der er proportionalitet mellem kraft og forlængelse. Tyngdekraften på 50 grams loddet er

$$F_{\text{tyngde}} = 9,82 \text{ N / kg} \cdot 0,050 \text{ kg} = 0,491 \text{ N}$$

Dermed er fjederkraften også 0,491 N (i modsat retning, opad). Vi kan derfor beregne fjederkonstanten

$$k = \frac{-F_{\text{fjeder}}}{x} = \frac{F_{\text{tyngde}}}{x} = \frac{0,491 \text{ N}}{0,020 \text{ m}} = 25 \text{ N / m}$$

Ønskes en mere præcis bestemmelse, må man tegne graf og bestemme hældning.

10. Kraftoverskuddet kan være negativt. Hvis man slipper speederen og sætter i frigear i en bil, vil bilen trille farten af sig. Dette kan forklares ved, at der er et negativt kraftoverskud. Kraftoverskuddet er nemlig gnidningsmodstander, som virker bagud i forhold til bilens bevægelse. Accelerationen vil derfor blive negativ og bilens fart aftager til nul. Når hastigheden er blevet

nul, ophører gnidningskraften med at virke, så kraftoverskuddet bliver nul. (Bilen begynder jo ikke at bevæge sig baglæns af sig selv),

11. En skoletaske på 4,3 kg trækkes vandret hen over gulvet i et newtonmeter, der viser 28 N. Gnidningskoefficienten mellem taske og gulv sættes til 0,4. Accelererer tasken? Hvis ja, hvad bliver så accelerationen?

Tasken er påvirket af fire kræfter. Tyngdekraften, normalkraften, gnidningskraften og trækraften. Tyngdekraften er

$$F_{\text{tyngde}} = 9,82 \text{ N / kg} \cdot 4,3 \text{ kg} = 42 \text{ N}$$

Da tasken bevæger sig vandret, bliver normalkraften lige så stor og modsat rettet tyngdekraften (ingen lodret bevægelse, inertiens omvendte lov). Normalkraften har altså størrelsen $F_{\text{normal}} = 42 \text{ N}$. Gnidningskraften er 40 % heraf

$$F_{\text{gnid}} = \mu F_{\text{normal}} = 0,4 \cdot 42,226 \text{ N} = 17 \text{ N}$$

Da trækraften er større end gnidningskraften, accelererer tasken.

Vi vil nu beregne taskens acceleration. Vi finder først kraftoverskuddet

$$F_{\text{res}} = F_{\text{træk}} - F_{\text{gnid}} = 28 \text{ N} - 17 \text{ N} = 11 \text{ N}$$

og kan dernæst beregne taskens acceleration ved hjælp af dynamikkens grundlov

$$a = \frac{F_{\text{res}}}{m} = \frac{11,1096 \text{ N}}{4,3 \text{ kg}} = 2,6 \text{ m / s}^2$$

Taskens hastighed vokser altså med 2,6 m/s for hvert sekund.

12. Forestil dig en opstilling på en luftpudebane. En glider på 189,45 g er forbundet med en snor vandret hen over en trisse til et lod på 10,02 g. Vi vil beregne accelerationen.

Systemet består af glider og lod, som begge accelererer med samme acceleration (ellers ville snoren jo blive slap eller sprænge). Systemets masse er 199,47 g, og det er denne masse, der accelereres. På grund af luftpuden, kan vi sætte gnidningsmodstanden til nul, og vi ser bort fra luftmodstanden, da hastigheden antages at være lille.

Systemet er så påvirket af tre kræfter: Tyngdekræfterne fra glider og lod samt normalkraften på glideren.

Da glideren bevæger sig vandret, ophæver normalkraften

tyngdekraften på glideren. Kraftoverskuddet hidrører så kun fra tyngdekraften på lodet

$$F_{res} = F_{tyngde, lod} = 9,82 \text{ N} / \text{kg} \cdot 10,02 \text{ g} = 0,09839... \text{ N}$$

Dermed bliver accelerationen

$$a = \frac{F_{res}}{m_{system}} = \frac{0,0983964 \text{ N}}{199,47 \text{ g}} = 0,493 \text{ m/s}^2$$

Læg mærke til, at vi kan angive resultatet med 3 betydende cifre idet tyngdefeltstyrken er oplyst med 3 betydende cifre. Ønskes et mere nøjagtigt resultat, må man finde den nøjagtige feltstyrke på det sted, hvor forsøget udføres.

13. Skråplan. Skoletasken fra eksempel 11 placeres 1,5 meter oppe på en plade, der skråner 30 grader i forhold til vandret. Gnidningskoefficienten er målt til 0,3. Tegn situationen. Vi vil forudsige, om tasken glider ned, og i givet fald, hvor lang tid det tager.

Vi vil først finde kraftoverskuddet, dernæst beregne en eventuel acceleration og til sidst tiden.

Tasken er påvirket af tre kræfter: Tyngdekraften, normalkraften og gnidningskraften. Da vi gerne vil beskrive bevægelsen langs skråplanet, deler vi tyngdekraften op i to komponenter, en komponent F_x langs skråplanet i bevægelsens eventuelle retning og en komponent F_y vinkelret på skråplanet. Vi kan bestemme F_x og F_y ved hjælp af trekantsberegning fra matematikken

$$\sin 30^\circ = \frac{F_x}{F_{tyngde}}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{F_y}{F_{tyngde}}$$

Isoleres F_x og F_y får vi

$$F_x = \sin 30^\circ \cdot F_{tyngde} = \frac{1}{2} \cdot 42,226 \text{ N} = 21,1 \text{ N}$$

$$F_y = \cos 30^\circ \cdot F_{tyngde} = 0,866 \cdot 42,226 \text{ N} = 36,56... \text{ N}$$

Da tasken ikke bevæger sig vinkelret på skråplanet, er normalkraften (presset mellem underlag og taske) lige så stort som F_y og modsat rettet. Vi har dermed størrelsen af normalkraften og kan beregne gnidningskraften

$$F_{gnid} = \mu F_{normal} = 0,3 \cdot 36,56... \text{ N} = 10,97... \text{ N}$$

Vi har nu de to kræfter, der virker i skråplanets retning, F_x , der virker fremad, og F_{gnid} , der virker bagud, hvis tasken bevæger sig. Og det gør den fordi F_x er større end F_{gnid} . Kraftoverskuddet bliver nemlig

$$F_{res} = F_x - F_{gnid} = 21,113 \text{ N} - 10,97... \text{ N} = 10,14... \text{ N}$$

Vi kan nu beregne accelerationen

$$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{10,142... \text{ N}}{4,3 \text{ kg}} = 2,358... \text{ m/s}^2$$

Endelig kan vi forudsige tiden ved at isolere t i Galileis faldlov (3) og indsætte den kendte strækning

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,5 \text{ m}}{2,358... \text{ m/s}^2}} = 1,1 \text{ s}$$

Det vil altså tage tasken godt et sekund at glide ned.

Bemærk den utrolige styrke i dynamikkens grundlov. Vi kan forudsige, hvad der vil ske kvalitativt (tasken skrider ned). Og vi kan beregne kvantitative størrelser (talangivne størrelser), der kan prøves efter ved forsøg.

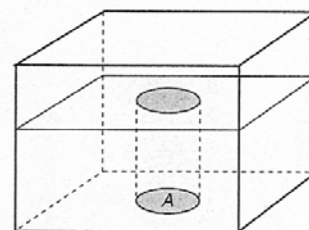
Læg i øvrigt mærke til, at alle cifre beholdes i lommeregneren undervejs i beregningen, for at undgå ophobning af afrundingsfejl. Der må først rundes af i slutresultatet.

TRYK

Når man skal sætte en seddel op på en opslagstavle, bruger man en tegnestift. Den kraft, man bruger til at fastgøre sedlen bliver herved samlet på et mindre areal, så spidsen kan trykke hul i tavlen. Som mål for "tætheden" af kraft definerer man størrelsen *tryk* (eng. pressure: tryk) ved

$$p = F/A = \text{kraft pr. arealenhed} \quad (9)$$

hvor F er kraften, og A er arealet, kraften er fordelt over.



Figur 31
Tryk er kraft pr. arealenhed.

Af dette fremgår netop, at et lille areal giver et stort tryk. Enheden for tryk er $\text{N/m}^2 = \text{Pa}$ (Pascal, opkaldt efter franskmanden Blaise Pascal 1623 - 62).

Andre gange kan man være interesseret i at mindske trykket. Ski og snesko spreder tyngdekraften over et større areal, så trykket bliver lille nok til, at man ikke synker så meget ned i sneen. En stige eller en dør eller andet stort areal er godt at ligge på, hvis man skal redde en, der er gået igennem isen på en sø.

Normaltrykket i luften ved jordoverfladen er én atmosfære, $p_0 = 1 \text{ atm} = 101.325 \text{ Pa} = 101.325 \text{ N/m}^2$. Det svarer til tyngden af cirka 1 kg pr. kvadratcentimeter.

TRYK OG HØJDE

I en væske kan trykket måles ved at måle kraften på en flade og dividere med fladens areal. Trykket stiger, jo dybere man kommer ned i en væske, fordi den overliggende væske vejer noget. Trykket vokser faktisk proportionalt med dybden h og med væskens massefylde ρ

$$p = g \rho h \quad (10)$$

hvor g er tyngdeaccelerationen. Du får hjælp til selv at udlede denne formel i opgave 72.

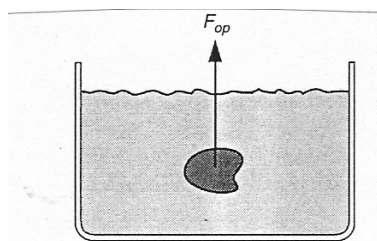
Du kan måle dybdens betydning for trykket ved at stikke føleren fra en fintfølende trykmåler ned i vand i forskellige dybder. Du vil så opdage, at trykket vokser med cirka 100 pascal, eller 1 hektopascal for hver cm vandsøjle. Det vil sige, at der gælder cirka

$$1 \text{ cmVs} = 1 \text{ hPa}$$

I en gas er trykket ens overalt i en (lille) beholder. I atmosfæren falder trykket med højden. Det er dog så lidt, at trykket er så godt som ens ved gulvet og loftet i et værelse. Den "lille" beholder kan altså være temmelig stor efter menneskelig målestok.

OPDRIFT

Legemer, der befinder sig i en væske eller i en gas, er udsat for en såkaldt *opdrift*. Dette blev opdaget allerede for mere end 2000 år siden af grækeren Arkimedes (cirka 285-212 f.v.t.). Han udtrykte sin lov således:



Figur 32
Arkimedes' lov. Opdriften er lig tyngden af den fortrængte væske.

Et legeme, der nedsænkes i en væske taber lige så meget i vægt, som den fortrængte væskemængde vejer.

Denne lov kaldes Arkimedes' lov. (I nogle bøger vil du se Archimedes stavet med ch, som svarer til lyden i det tyske ord Ich (jeg). På græsk skrives denne lyd med et enkelt bogstav A(khi). På dansk udtales navnet med k, hvorfor vi skriver det med k).

I moderne sprogbrug undgår vi ordet vægt, og erstatter det med tyngden af den fortrængte væske, det vil sige tyngdekraften på den fortrængte væske. Isoleres massen i formel (5) og indsættes i formel (6) får vi Arkimedes' lov udtrykt med symboler

$$F_{\text{opdrift}} = g m_{\text{fortrængt}} = g \rho V \quad (11)$$

hvor ρ er massefylden af væsken eller gassen, og V i første omgang er rumfanget af den fortrængte væske eller gas. Men da det er legemet, der fortrænger væsken eller gassen, er V jo også lig med legemets rumfang. Vi behøver altså ikke direkte at måle den fortrængte masse for at beregne opdriften. Det er nok at kende legemets rumfang og væskens eller gassens massefylde.

Opdriften er en kraft, som virker modsat tyngdekraften. Den er ansvarlig for at skibe kan flyde, og balloner kan svæve. Den skyldes at trykket under legemet er større end over legemet på grund af højdeforskellen (se også opgave 74). For eksempel så vi i sidste afsnit, at trykket på undersiden af en 12 cm høj øldåse neddykket i vand bliver 12 hektopascal = 1200 N/m² højere end på oversiden.

ENHEDSSYSTEMET,

INTERNATIONALE BENÆVNELSER

Man har vedtaget et internationalt enhedssystem som anbefales i alt naturvidenskabeligt arbejde. Det er bygget op af meter, kilogram, sekund og ampere (grundenheder). Afledt heraf er for eksempel enhederne, benævnelserne, kg/m³ eller N = kg m/s².

Grundenhederne og de afledte enheder kaldes MKSA-enheder (meter, kilogram, sekund, ampere) eller SI-enheder (Système Internationale). De har den praktiske fordel, at hvis de bruges, når man sætter dem ind i formler, får resultatet automatisk også en MKSA-enhed.

SI-enheden for hastighed er m/s, og vi har allerede set, at det også er den enhed vi får, hvis strækningen sættes ind i meter og

tiden i sekunder, når vi beregner hastighed. Ligeledes med massefylde, der har SI-enheden kg/m^3 idet vi indsætter massen i kg og rumfanget i m^3 i (5). Acceleration har benævnelsen m/s^2 . SI-benævnelsen for kraft er $\text{N} = \text{kg m/s}^2$. Og for tryk $\text{Pa} = \text{N/m}^2$.

Vi har givet en oversigt over enhedssystemet på side 227.

KRAFTDEFINITION ELLER NATURLOV?

Du kan springe dette lille afsnit over. Det, vi nu skal diskutere, er meget svært. Så er du advaret!

Mange opfatter Newtons 2. lov som en definition af kraftoverskud. Det er forkert. Newtons 2. lov er en naturlov, der kan efterprøves ved forsøg. Ikke en definition. Man kan ikke vedtage Newtons 2. lov!

Begrebet kraft har en selvstændig betydning. Ellers ville Newtons 2. lov ikke være interessant. Den ville ikke kunne bruges til at forklare og forudsige accelerationer ved samvirkning af alle mulige forskellige typer af kræfter. For eksempel har man udtryk for tyngdekraften som en massetiltrækning (opgave 53) og udtryk for elektriske kræfter (opgave 184), som er helt uafhængige af Newtons 2. lov. Begge love kan eftervises ved statiske forsøg, dvs forsøg, hvor der slet ikke optræder accelerationer.

Lader man nu disse kræfter virke bevægende, vil accelerationen stadig være bestemt af Newtons 2. lov.

Vi brugte ganske vist Newtons 2. lov til at definere en *benævnelse* for kraft. Men det er noget andet. Vi kunne have vedtaget at måle kraft i andre enheder. Vi kunne for eksempel benytte tyngdekraftens proportionalitet med massen. Det gjorde man i gamle dage, hvor man målte kræfter i kilopond. 1 kilopond er tyngdekraften på 1 kilogram.

Man forstår måske godt, at nogle ønsker at definere begrebet kraft lige så præcist som vi for eksempel definerede begrebet acceleration. Men det, at man ikke kan give en helt tilfredsstillende definition, må ikke føre til at man vælger en forkert definition blot for at få en formel på.

Man må acceptere, at begrebet kraft har noget med virkeligheden at gøre, selv om man ikke kan give en præcis definition.

Eksempler

14. Hvor stor en kraft giver normaltrykket for eksempel pr. kvadratcentimeter af dit skrivebord? Vi isolerer kraften i (9)

$$F = pA = 1 \text{ atm} \cdot 1 \text{ cm}^2 = 101.325 \text{ N} / \text{m}^2 \cdot 0,0001 \text{ m}^2 \approx 10 \text{ N}$$

Luften trykker ovenpå dit skrivebord med en kraft cirka svarende til tyngden af et etkilograms lod på hver cm^2 . Hvis dit bord er $70 \text{ cm} \times 120 \text{ cm}$ er det samlede areal 8400 cm^2 . Trykkraften bliver da cirka 84.000 N , svarende til tyngden af $8,4 \text{ tons}$! Denne kraft skyldes vægten af luften hele vejen op i atmosfæren ovenover bordet. Hvorfor i alverden bryder benene ikke sammen? Svaret er, at luften trykker i alle retninger, også på undersiden af bordpladen.

15. De første trykmålere, manometre, blev fremstillet af kviksølv. For eksempel kan normaltrykket, 1 atmosfære, trykke 760 mmHg op i et udpumpet glasrør, mens det kan trykke godt 10 meter vandsøjle op! Du forstår nu, hvorfor kviksølv er det mest praktiske til væskemanometre, der skal måle lufttrykket i vores omgivelser. Derimod kan trykforskelle ofte måles mere præcist med vand. Vand kan dog give problemer ved meget nøjagtige målinger, fordi vandet fordampes mere end kviksølv. Vanddampen giver så et bidrag til trykket i den beholder man ønsker at måle på. Det har dog først praktisk betydning ved temperaturer over cirka 60 grader .

16. Du kan undersøge densitetens betydning for trykket ved at prøve i en bestemt dybde, f.eks. 10 centimeter , med forskellige væsker: vand, sprit, olie, glycerin osv. Her skal du måle temmelig præcist fordi densiteten af de nævnte væsker ikke er ret forskellig. Hvis du har mulighed for at måle i kviksølv vil du opdage at trykket her vokser meget stærkere med dybden, fordi kviksølv har en densitet, der er mere end 13 gange så stor som vands. Til dette forsøg skal du bruge stinkskab med udsugning fordi kviksølvdampe er giftige. Brug små mængder, nøjs med et par centimeters dybde, og undgå at spille.

17. Omregningsfaktorer. Lad os prøve at regne de præcise omsætningsfaktorer ud mellem alle de trykenheder vi har nævnt. Vi starter med at fastslå, at standardtrykket 1 atm er defineret som 760 mmHg på standardstedet i Paris, hvor $g_0 = 9,80665 \text{ m/s}^2$. Indsætter vi kvikssølvs standardmassefylde i (10) får vi

$$p_0 = 1 \text{ atm} = 9,80665 \text{ m/s}^2 \cdot 13,595076 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,76 \text{ m} \\ = 101.324,84 \text{ Pa} \approx 101.325 \text{ Pa}$$

Standardtrykket p_0 er altså $101.325 \text{ Pa} = 101,325 \text{ kPa}$. Indekset 0 (nul) står for standard, som ofte er ved 0°C ligesom her. En lidt ældre enhed for tryk er 1 Bar =

100.000 Pa , det vil sige knap 1 atm . Standardtrykket er altså også $1013 \text{ mBar} = 1013 \text{ hektopascal} = 1013 \text{ hPa}$.

Trykflasker med luftarter (brint, ilt, kvælstof osv.) fyldes normalt til et tryk på 200 Bar , knap 200 atm . Flaskerne prøves ved 350 Bar .

Meteorologerne bruger i dag enheden hektopascal, fordi den giver samme talværdi, som millibar, som de brugte førhen. Man finder stadig tryk opgivet i millibar på lidt ældre barometre rundt omkring. Millibar, eller hektopascal er også praktisk, hvis man vil sammenligne med en vandsøjle. Lad os nemlig prøve at regne ud hvor høj en vandsøjle standardtrykket svarer til ved 20°C i Danmark. Vi isolerer højden i (10) og får så

$$h = \frac{p_0}{g \cdot \rho_{\text{vand}, 20^\circ\text{C}}} = \frac{101325 \text{ Pa}}{9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 998,23 \text{ kg/m}^3} = 10,34 \text{ m}$$

Vi ser at standardtrykket i Danmark svarer til $10,34 \text{ meter}$ vandsøjle (mVs). Altså $1013 \text{ millibar} = 1034 \text{ centimeter}$ vandsøjle eller cirka

$$1 \text{ cmVs} = 1 \text{ mBar} = 1 \text{ hPa}.$$

Trykenheden mVs bruges af VVS-installatører, når de skal tjekke om trykket i varmesystemet i kælderens er stort nok til at vandet kan nå op i de øverste radiatorer.

Du kan finde de mange omsætningsfaktorer på side 227.

18. Hydraulisk lift. En lastbil kan løftes ved tyngden fra et lod, som kan løftes af en mand!

Vi vil løfte en lastbil på 15 tons med et 50 kilogram slod. Lastbilen køres ind på en stor plade, som er monteret på et stempel 1, der kan bevæge sig i en cylinder med olie under stemplet. Når bilen køres ind, er stemplet låst fast med en mekanisk låseanordning. Stemplets radius er 15 cm .

Olien i cylinderen er forbundet med en anden cylinder med et mindre stempel 2. Vi vil beregne hvor lille dette stempel skal være, for at vi kan løfte lastbilen ved at sætte 50 kg loddet ovenpå det lille stempel. De to stempler er i samme højde.

Tegn situationen.

Da stemplerne hviler på olien i samme højde, er trykket under dem ens. Trykket under stempel 1 stammer fra tyngden af lastbilen og stempel 1 samt trykket fra atmosfæren. Trykket under stempel 2 stammer fra tyngden af loddet og stempel 1 samt trykket fra atmosfæren. Vi kan vælge de to stempler med samme højde og massefylde, og behøver derfor kun at sammenligne bidragene fra lastbilen og loddet. Disse bidrag kaldes p_1 og p_2 .

Loddet balancerer med lastbilen og kan løfte den, netop når

p_1 og p_2 er lige store. (For at starte løftningen må der lægges lidt ekstra på stempel 2 på grund af gnidningen i cylindrene, men da der er olie i, er det ikke noget stort bidrag.)

Vi beregner først trykbidraget fra lastbilen

$$p_1 = \frac{F_{\text{tyngde, lastbil}}}{A_{\text{stempel 1}}} = \frac{9,82 \text{ N/kg} \cdot 15 \cdot 10^3 \text{ kg}}{\pi \cdot (0,15 \text{ m})^2} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

Dette bidrag er cirka 20 atmosfære! Vi kan dernæst finde det nødvendige areal

$$A_{\text{stempel 2}} = \frac{F_{\text{tyngde, lod}}}{p_2} = \frac{9,82 \text{ N/kg} \cdot 50 \text{ kg}}{2,083 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2} = 2,356 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

hvilket svarer til en radius på

$$r = \sqrt{\frac{A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{0,0002356 \text{ m}^2}{\pi}} = 0,87 \text{ cm}$$

Konklusion: Et 50 kg lod kan løfte en lastbil på 15 tons, hvis loddet placeres på et hydraulisk stempel med en diameter på lidt under 2 centimeter!

Da trykbidragene fra lastbil og lod er cirka 20 atmosfære, ser vi, at vi egentlig ikke havde behøvet at bekymre os om trykket fra atmosfæren eller fra stemplernes egen vægt.

Alternativ løsningsmetode for de matematisk mere trænede

$$p_2 = p_1 \Leftrightarrow \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} \Leftrightarrow$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{F_2}{F_1} \Leftrightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{m_2}{m_1}$$

Forholdet mellem arealerne skal altså være som forholdet mellem masserne.

19. Lad os slutte med et lille pudsigt eksempel. Vi vil udregne opdriften på en liter mælk, der står på en køkkenvægt. Kartonen er så tynd, at vi kan se bort fra rumfanget af den. Vi får så

$$F_{\text{opdrift}} = g \rho_{\text{luft}} V = 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 1,21 \text{ kg/m}^3 \cdot 1 \text{ L} = 11,9 \text{ mN}$$

Mælken er påvirket af en opdrift på 11,9 millinewton fordi den er nedsænket i "lufthavet" i køkkenet. Vægten viser altså egentlig lidt for lidt, svarende til massen af den fortrængte luft

$$m_{\text{fortrængt}} = 1,21 \text{ kg/m}^3 \cdot 1 \text{ L} = 1,21 \text{ g}$$

Som du ser, har det ingen praktisk betydning i forhold til mælkens masse på cirka 1 kg. Men ved vejning af beholdere med luftarter skal man tage hensyn til opdriften.

Indhold:

46	Mekanisk arbejde
47	Rumfangsarbejde
48	Energi
49	Potentiel energi i tyngdefeltet
50	Potentiel energi i trykluft
50	Potentiel energi i en fjeder
51	Kinetisk energi
52	Dagligsproget og proportionalitet
53	Mekanikkens energisætning
54	Energibevarelse i praksis
54	Energibevarelses historie
56	Effekt
56	Effekt og kraft
47	Eksempel 15
52	Eksempel 22 - 24
55	Eksempel 25 - 26
57	Eksempel 27 - 28

Arbejde og energi



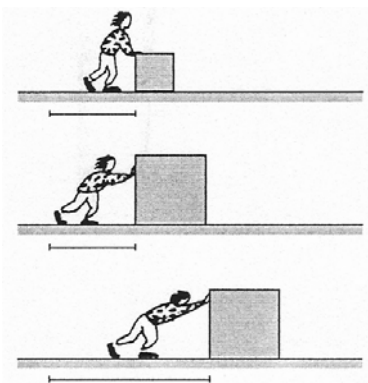
Energi er det vigtigste begreb i fysikken. Alle taler om, at energien er for dyr, og at den giver miljøproblemer. For at udføre arbejde skal man "bruge" energi. At bruge energi betyder egentlig kun at omdanne den fra én form til en anden, hyppigst til indre energi ("varme").

Forskellige energiformer kan omdannes til hinanden ved hjælp af naturlige processer og forskellige apparater og maskiner. Det er heri energibegrebet har sin praktiske anvendelse. Det er beskrevet i et særligt kapitel om energiudnyttelse. Man kan beregne effektiviteten af forskellige maskiner i forhold til det teoretisk mulige og derved få vink om mulige forbedringer. Det har nemlig hidtil vist sig at være en naturlov, at energien totalt set er

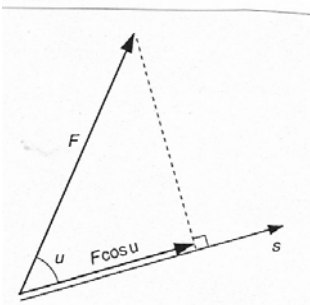
en bevaret størrelse. Så hvis der "mangler" energi i en proces, starter en jagt efter, hvor den er "forsvundet" hen.

Loven om energibevarelse blev først fundet i biologien af Mayer, der undersøgte levende organismers optagelse og afgivelse af varme.

Omdannelse af energi har også haft stor betydning i fysikkens egen historie. Omdannelsen fra en form til en anden knytter nemlig fysikkens delområder sammen. Vi vil i dette kapitel indføre begrebet mekanisk energi. I næste kapitel vil vi knytte det sammen med varmelæren. Og i næste kapitel igen knytter vi sammen med ellæren. Senere vil vi begive os ind i atomfysikken; igen ved at se på nye energiformer, nemlig lysets energi.



Figur 33
Arbejde er proportionalt med kraft og strækning.



Figur 34 Til eksempel 15

Arbejde og energi

MEKANISK ARBEJDE

Det er vores umiddelbare fornemmelse, at jo større gnidningsmodstanden i sidste kapitel er, des større arbejde må vores trækraft F udføre for at slæbe tasken en bestemt strækning s . Det er ligeledes vores fornemmelse, at arbejdet er proportionalt med den strækning tasken flyttes. Den præcise, fysiske definition af arbejde A , vælges i overensstemmelse med disse fornemmelser

$$A = F s = \text{kraft} \text{ gange } \text{vej} \quad (12)$$

Herved får arbejdet A SI-enheden Nm. En kraft på 30 N, der trækker en taske 4 m udfører et arbejde på 120 J. Vi skriver $J = \text{Nm}$ for Joule, efter englænderen James Prescott Joule (1818 - 89). Joule forklarede opvarmningen ved udboring af kanonløb som et resultat af gnidningsarbejde. Man havde ellers troet, at varmen var et stof, der blev sluppet løs ved udboringen.

RUMFANGSARBEJDE

Hvis en gas er spærret inde i en cylinder med et stempel, kan dens rumfang øges ved for eksempel at varme gassen op. Det kræver arbejde at udvide gassen, fordi atmosfæren trykker udenfor. Hvis stemplet kan bevæge sig frit, er gassens tryk konstant lig med trykket uden for cylinderen, og vi kan kalde det fælles tryk p . Vi vil beregne gassens arbejde. Vi finder først den arbejdende kraft fra gassen på stemplet ved omskrivning af (9)

$$F = pA$$

når stemplets areal er A . Hvis stemplet flytter sig stykket s udad, bliver gassens arbejde

$$A_{\text{gas}} = Fs = pAs$$

Men As er rumfanget af en cylinder med endefladeareal A og højde s . (Cylinderen ligger ned! - så vi ikke behøver at tænke på tyngdekraften fra stemplet). As er med andre ord gassens rumfangsændring, som vi vil kalde ΔV (se figur 35). Bogstavet Δ er det store græske delta = dansk D, og det benyttes i almindelighed til at betegne ændring, differens

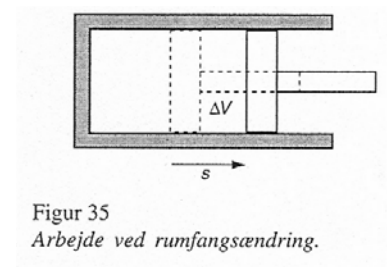
$$\Delta V = V_{\text{slut}} - V_{\text{start}}$$

Alt i alt kan vi derfor skrive gassens arbejde som

$$A_{\text{gas}} = p\Delta V \quad (13)$$

Gassens arbejde er proportionalt med rumfangsændringen. Hvis gassens rumfang formindskes så ΔV er negativ (for eksempel ved afkøling), bliver gassens arbejde negativt, fordi flytningen er modsat rettet kraften. Det er derfor vigtigt, at vi altid beregner slutværdi minus startværdi, når rumfangsændringen skal findes.

Den cylinder vi brugte til at udlede formel (13) med er meget brugt til at opbevare gasser i - i fysikbøger. Det er den nemmeste at regne på! Det interessante er, at formlen gælder uanset hvilken facon beholderen har, men det er svært at vise.



Eksempel

15. Der kan virke flere kræfter på en gang på samme legeme. Hvis talen for eksempel er om et slædehundekoppel, så kan systemet bevæge sig i en anden retning end trækraften fra den enkelte slædehund. Hvis slædehunden for eksempel trækker vinkelret på bevægelsesretningen, udfører dens kraft

intet arbejde i fysisk forstand. Kraften, hvis arbejde man ønsker at bestemme, skal projiceres ind på flytningens retning. Kaldes længden af projektionen x , får vi af figuren

$$\cos u = \frac{x}{F} \quad \text{eller} \quad x = F \cos u$$

Man definerer derfor mere alment

$$A = F \cos u \cdot s = F s \cos u$$

hvor u er vinklen mellem bevægelsesretningen og kraftens retning.

16. Lad os beregne, hvor stort et arbejde 1,8 g af din sved udfører på omgivelserne, når den fordampner fra din hud. Sved er saltvand, der udskilles fra huden, og det, der fordampner er vand. Salten bliver tilbage på huden og kan smages efter at man har svedt meget. Da det meste af sveden er vand, kan vi blot sætte massen af vanddampen til 1,8 gram. Fra kemi ved du, at 1,8 gram H_2O er $1/10$ mol, og at et mol fylder 24 L ved 20 °C. Dampen fra sveden vil derfor fylde 2,4 L. (Dampen blandes

selvfølgelig med luften i lokalet, så de 2,4 L bliver blandet med luften efterhånden. Men atmosfæren bliver altså 2,4 L større!). Før fordampning fyldte sveden cirka 1,8 mL, og dampen udvider sig nu med et tryk, der er lig med omgivelsernes på 1 atm. Vanddampens arbejde bliver derfor

$$A_{damp} = 1 \text{ atm} \cdot (2,4 \text{ L} - 1,8 \text{ mL}) = 243 \text{ J}$$

idet vi husker at regne atm om til Pa og L om til m^3 . Man arbejder selv når man sidder stille og sveder!

ENERGI

Det kræver et arbejde at løfte vand op i en højtliggende sø. Arbejdet kan mere eller mindre genvindes ved at lade vandet falde ned igen, for eksempel ved at lade det falde på en vandmølle eller et turbineanlæg i et moderne vandkraftværk. Vi siger, at det højtliggende vand har en høj beliggenhedsenergi. Denne er oprindeligt tilført af Solen, som driver fordampning og blæst i Jordens vejrsystem.

Ligeledes kræver det arbejde at igangsætte en bevægelse, også hvis der ikke er friktion. Ved dette arbejde tilføres det bevægede legeme bevægelsesenergi. En vindmølle omsætter vindens bevægelsesenergi til elektrisk energi.

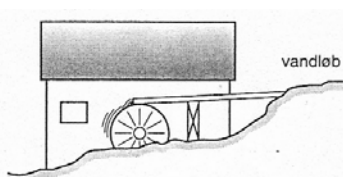
Energi er et relativt begreb ligesom position og hastighed. Hastighed i forhold til en kupé i et hurtigt kørende tog, hastighed i forhold til landjorden. Beliggenhedsenergi af vand i en sø i forhold til dens bredder eller i forhold til vandløbet neden for et eventuelt vandfald. Bevægelsesenergi i forhold til toget eller i forhold til landjorden.

Helt præcist defineres

Energien E af et system i en bestemt tilstand er det arbejde, som ydre kræfter udfører, hvis de skal føre systemet til tilstanden fra en valgt nultilstand.

En ydre kraft er en kraft, som har sin oprindelse uden for det system, man har afgrænset.

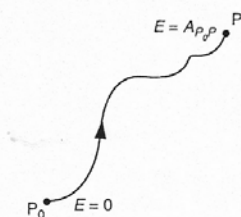
Med denne definition bliver SI-enheden for energi naturligvis lig med SI-enheden Joule for arbejde. Bemærk, at man i den klassiske fysik har frit valg af nultilstand. (I kvantefysikken



Figur 36
Overfaldsvandmølle.



Figur 37
Energi er en relativ størrelse. Tænk på sodavandsflaskens energi i forhold til kupéen og i forhold til busken udenfor.



Figur 38
Energi i tilstanden P.

derimod, giver det som regel mening at vælge det tomme rum som absolut nultilstand for energi).

Lad os bruge definitionen på 4 eksempler.

POTENTIEL ENERGI I TYNGDEFELTET

Vi vil finde energien af et legeme med masse m , der befinder sig i højden h over en valgt nultilstand 0 J i et tyngdefelt med styrke g . Det kan være en skoletaske, der holdes i bordhøjde med nultilstand på stolen.

Tasken kan med konstant hastighed føres fra stolehøjde til bordhøjde af en opadrettet ydre kraft F_{ydre} der lige netop modvirker taskens tyngdekraft F_{tyngde} . For at hastigheden kan holdes konstant, må tasken selvfølgelig være i bevægelse både i stolehøjde og bordhøjde. Det klares i tankeeksperimentet ved at starte bevægelsen lidt under stolehøjde og slutte lidt over bordhøjde. Da det kun er højdeændringen mellem stol og bord, der interesserer os, behøver vi ikke nærmere at beskrive accelerationerne ved start og slut.

Det vi i virkeligheden gør her, er at fjerne tasken og Jorden fra hinanden, og i dette system er tyngdekraften en indre kraft, mens løftekraften er en ydre kraft. Herved vokser energien af systemet bestående af Jord og taske. (Man kan sammenligne med smeltning eller fordampning, hvor molekyler ved energitilførsel fjernes fra hinanden under konstant temperatur med voksende indre energi til følge. Se side 61).

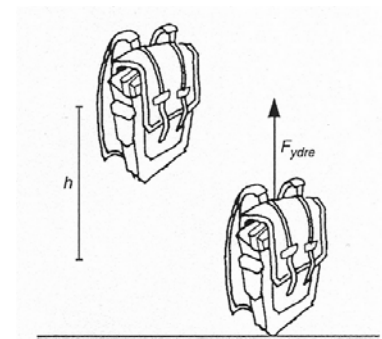
Den ydre krafts arbejde mellem stol og bord bliver så kraft gange strækning. Dermed bliver systemets energi i forhold til den valgte nultilstand

$$E_{\text{pot}} = A_{\text{ydre}} = F_{\text{ydre}} h = gmh = mgh$$

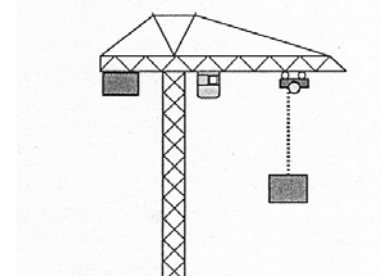
Den sidste omskrivning er blot en ombytning af faktorerne. Der er meget stærk tradition for at skrive faktorerne i den sidste rækkefølge. Her er en fjollet regel til at huske formelen: *meget godt husket*

$$E_{\text{pot}} = mgh \quad (14)$$

En sådan form for energi kaldes *potentiel energi* eller *beliggenhedsenergi* (potentiale: slumrende mulighed; potens: noget, der kan udløses). Da nultilstanden ofte defineres i forhold til jorden, siger man normalt, at det er tasken, der "har" energien.



Figur 39
Tasken får potentiel energi.



Figur 40
Byggekran. Tilførsel af potentiel energi.

POTENTIEL ENERGI I TRYKLUFT

Vi beregnede ovenfor det arbejde en gas udfører, når den udvider sig. Omvendt skal der tilføres et arbejde fra omgivelserne, hvis man ønsker at sammenpresse gassen. Hvis det gøres med et konstant ydre tryk p , tilføres gassen en potentiel energi

$$E_{pot,gas} = -p\Delta V$$

Læg mærke til minusset. Det betyder, at energien bliver positiv, hvis ΔV er negativ som ved sammenpresning. Det er denne energi, der udnyttes i trykluftsværktøj.

Når luften presses sammen, stiger temperaturen. Det kender du måske fra cykelpumpen. Så hvis man vil gemme hele arbejdet, må man isolere trykbeholderen. Det gør man nu ikke i praksis. Trykluft har som regel ikke nogen særlig høj temperatur. Du ville måske tro, at man dermed havde tabt det tilførte arbejde, når luften er kølet ned til omgivelsernes temperatur. Men gassen har stadig et stort tryk, og der bliver faktisk en hel del energi tilbage, som kan udnyttes.

POTENTIEL ENERGI I EN FJEDER

Vi har lige set at energi kan opbevares ved at hæve ting op i tyngdefeltet eller ved at trykke luft sammen. En anden måde er at trække en fjeder ud eller presse den sammen. Når du sætter dig i en sofa synker du ned, så din potentielle energi falder. Til gengæld presses sofaens fjedre sammen. Der må altså være en energi oplagret i fjedrene. En energi, som udløses igen, når du rejser dig.

Det er også denne energi, der gør det muligt at hoppe i en sofa eller en trampolin. Mens du hopper, vil en del af energien omdannes til varme, fordi stof, fjedre og fødder ikke er fuldstændigt elastiske. Det er derfor du skal blive ved med at tilføre energi i form af muskelarbejde.

Varme er ikke potentiel energi. Den kan nemlig ikke udnyttes fuldt ud igen. Det skyldes, at varme er tilfældig molekylebevægelse. De enkelte molekyler i den varme fjeder svinger blot mere frem og tilbage i forskellige retninger, end de gjorde i den kolde.

Hvis fjederen er god (fuldstændig elastisk), vil den ikke blive opvarmet under sammenpresningen eller udvidelsen. Alt det arbejde der udføres, når den presses sammen eller trækkes ud oplagres i fjederen som et pres i en bestemt retning: En potentiel energi, som kan udnyttes fuldt ud, hvis man lader fjederen udvide

sig eller trække sig sammen igen.

Vi vil beregne den energi, der er oplagret i en fjeder med fjederkonstant k , der er trukket et stykke x ud i forhold til sin ligevægtsstilling. Vi bruger definitionen af energi som arbejdet af en ydre kraft. For at lette beregningen trækker vi med konstant hastighed, og vi sætter energien til 0, når fjederen er slap, det vil sige i sin ligevægtsstilling. Vi begynder at trække i ligevægtsstillingen, hvor kraften er 0.

Den ydre kraft er modsat rettet fjederkraften (hastigheden konstant, inertiens lov). Den vokser da ifølge Hooke's lov jævnt til $+kx$, når fjederen er trukket et stykke x ud. Gennemsnitskraften er derfor $\frac{1}{2}kx$. Kraften og flytningen har hele tiden samme retning, så arbejdet er positivt. Vi kan finde det samlede arbejde ved at gange gennemsnitskraften med den samlede strækning x . Vi får så arbejdet og dermed den potentielle energi i fjederen

$$E_{\text{pot, fjeder}} = \frac{1}{2} kx \cdot x = \frac{1}{2} kx^2 \quad (15)$$

Denne formel gælder også, hvis vi i stedet presser fjederen sammen.

KINETISK ENERGI

Vi vil finde energien af et legeme med masse m , der bevæger sig vandret med hastigheden v i forhold til en valgt nultilstand 0 J. En sådan form for energi kaldes *kinetisk energi* eller *bevægelsesenergi*. Nultilstanden svarer til hvile i det samme vandrette plan, som bevægelsen foregår i. Det kan være en godsvogn, der ruller på et rangerspor. Eller det kan være en skoletaske, der glider hen over gulvet, med nultilstand valgt som hvile på gulvet.

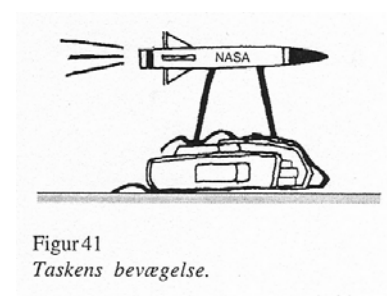
Tasken kan med konstant, samlet ydre kraft (træk minus gnidning) accelereres fra hvile til hastigheden v under konstant acceleration. Den ydre kraft er her lig med kraftoverskuddet F_{res} . Accelerationen er givet ved dynamikkens grundlov (4)

$$a = \frac{F_{\text{res}}}{m} \quad \text{eller} \quad F_{\text{res}} = ma$$

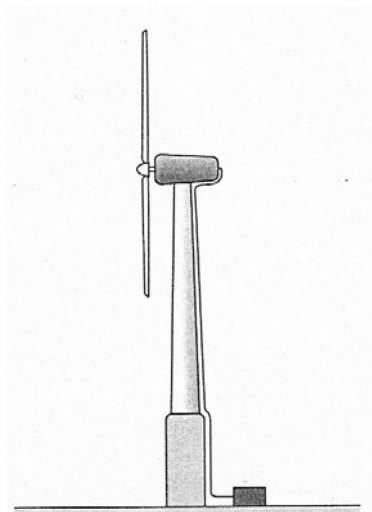
Bevægelsen vil da forløbe over en strækning (3)

$$s = \frac{1}{2} at^2$$

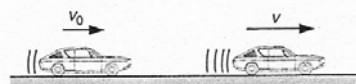
hvor tiden t og stedet s sættes til 0 ved accelerationens begyndelse. Under den konstante acceleration vil



Figur 41
Taskens bevægelse.



Figur 42
Vindmølle. Udvinning af kinetisk energi.



Figur 43
En bil accelereres, af en resulterende kraft, fra én kinetisk energi til en anden.

øjeblikshastigheden være (2)

$$v = at$$

Med disse sammenhænge kan vi nu udlede et udtryk for den ønskede energi ud fra definitionen på energi

$$E_{kin} = A_{yde} = F_{yde}s = F_{res}s$$

Vi indsætter nu udtrykket for kraftoverskuddet og strækningen

$$F_{res}s = ma \cdot \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}ma^2t^2 = \frac{1}{2}m \cdot (at)^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

I den sidste omskrivning benyttede vi udtrykket for øjeblikshastigheden. Vi har altså resultatet

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (16)$$

Læg mærke til at den kinetiske energi ikke er proportional med hastigheden. Og læg mærke til, at vi for fremtiden kan beregne den kinetiske energi ud fra masse og hastighed uden at bekymre os om, hvordan legemet fik den pågældende hastighed.

DAGLIGSPROG OG PROPORTIONALITET

I dagligsprog ville vi nok sige, at den kinetiske energi bliver større, jo større hastigheden v er. Og vi ville ligeledes sige, at den potentielle energi i tyngdefeltet bliver større, jo større højdeforskellen h er. Dagligsproget skelner ikke mellem sammenhængene i (14) og (16).

Vi ser, at den potentielle energi fordobles, hvis højdeforskellen fordobles, og energien tredobles, hvis højdeforskellen tredobles. Det er det, vi forstår ved en proportionalitet. Men vi ser at den kinetiske energi firdobles, hvis hastigheden fordobles, nidobles, hvis hastigheden tredobles og sekstendobles, hvis hastigheden firdobles. Det er ikke en proportionalitet. Vi kan i stedet sige, at den kinetiske energi vokser proportionalt med hastigheden i anden potens. Eller, at den kinetiske energi vokser med kvadratet på hastigheden.

Eksempler

22. Minusset i formelen for potentiel energi i trykluft stammer egentlig fra beregningen af den ydre krafts arbejde, hvor flytningen i figur 35 er -s i den ydre krafts retning.

23. Bufferne på godsvogne er kraftige fjedre, der skal oplagre energi, når vognene støder sammen under nedbremsning eller rangering, så de ikke beskadiges. Fjederkonstanten er typisk 8 millioner newton pr. meter og fjedrene kan sammenpresses op til 20 cm. Lad os udregne den potentielle energi i en fuldt sammenpresset buffer

$$E_{pot,buffer} = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ MN} / \text{m} \cdot (0,20 \text{ m})^2 = 160 \text{ kJ}$$

Læg mærke til at både tal og benævnelse i sammenpresningen skal sættes i anden potens.

24. Lad os prøve at beregne den kinetiske energi af en knallert-45 (20 kg) med fører (65 kg), der kører 18 km/h (5,0 m/s)

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot 85 \text{ kg} \cdot (5,0 \text{ m/s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 85 \cdot 5,0^2 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$= 1062,5 \text{ J} \approx 1,1 \text{ kJ}$$

Lad os nu prøve at beregne den kinetiske energi, når hastigheden sættes op til det tredobbelte (44 km/h)

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot 85 \text{ kg} \cdot (15,0 \text{ m/s})^2 = 9563 \text{ J} \approx 9,6 \text{ kJ}$$

Den kinetiske energi er vokset til det nidobbelte. Man slår sig ni gange så meget, hvis man støder ind i noget med tre gange så stor fart!

MEKANIKKENS ENERGISÆTNING

Vi vender tilbage til skoletasken. Lad os forestille os tasken flyvende rundt i lokalet. For eksempel fordi vi har kastet den lodret op i luften. I hvert øjeblik har den så både en potentiel energi og en kinetisk energi. Summen af disse to kaldes den *mekaniske energi*

$$E_{mek} = E_{kin} + E_{pot}$$

Lad os vælge nultilstand som hvile på gulvet og forestille os, at tasken er på vej opad. Vi kan beregne den mekaniske energi på forskellige tidspunkter. Den potentielle energi vil vokse proportionalt med højden over gulvet og den kinetiske energi vil aftage med kvadratet på hastigheden. Det overraskende er nu at den ene vokser samtidig med at den anden aftager, på en sådan måde, at summen hele tiden er konstant. Eller mere korrekt: Summen vil være konstant, hvis tasken bevæger sig i et lufttomt rum.

I tabel 43 har vi anført målinger på en kugle, der falder lodret fra en højde på 80 cm. Der måles hastigheder på forskellige tidspunkter. Den potentielle og den kinetiske energi beregnes og disse lægges sammen. Vi ser, at den mekaniske energi er nogenlunde konstant. Hastigheden når ikke at blive så stor, at luftmodstanden får nogen væsentlig betydning. I tyngdefeltet uden luftmodstand kan vi derfor skrive

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{konstant} \quad (17)$$

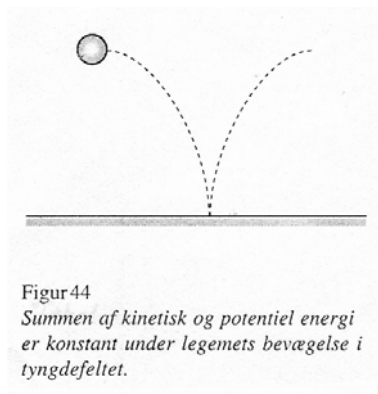
Det kaldes mekanikkens energisætning. Den kan også udtrykkes i ord

Mekanikkens energisætning:

Den mekaniske energi er bevaret i tyngdefeltet.

m = 23,78g og ds = 20mm		v = ds/dt		E _{pot}		E _{kin}		E _{mek}	
Symbol	h	dt	m/s	mJ	mJ	mJ	mJ	mJ	mJ
Enhed	m	ms							
	0,55	19,68	1,02	128	12	141			
	0,45	11,32	1,77	105	37	142			
	0,35	9,13	2,19	82	57	139			
	0,25	7,52	2,66	58	84	143			
	0,15	6,63	3,02	35	108	143			
Abs.us	0,005	0,02							
Rel. us i %	1,43	0,18							

Tabel 43



Tyngdefeltet kaldes derfor konservativt (at konservere: at bevare). Forsøg med fjedre viser, at fjederkræfter også er konservative. Der findes andre kraftfelter, som er konservative, hvor mekanikkens energisætning gælder, for eksempel elektriske og magnetiske felter. Hvis vi medregner luftmodstanden, er den mekaniske energi ikke bevaret. Desværre kan man ikke på forhånd vide, om luftmodstanden har betydning eller ej. Det kan man kun lære af erfaringen.

Vi kan opskrive mekanikkens energisætning i det særlige tilfælde, hvor vi ønsker at sammenligne energien i bunden med energien i toppen. Fra (17) får vi

$$\frac{1}{2}mv_{bund}^2 + mgh_{bund} = \frac{1}{2}mv_{top}^2 + mgh_{top}$$

I bunden er den potentielle energi nul, da højden er nul, og i toppen er den kinetiske energi nul, da hastigheden er nul. Alt i alt får vi derfor

$$\frac{1}{2}mv_{bund}^2 = mgh_{top} \quad (17')$$

Læg mærke til, at denne formel også gælder, hvis vi smider kuglen opad med en starthastighed på v_{bund} . Vi skal så bare bytte om på, hvad vi forestiller os som start og som slut. I denne form er energisætningen meget anvendelig i praksis. Man kan ofte slippe for at bestemme kræfterne og i stedet beregne energierne.

ENERGIBEVARSELSE I PRAKSIS

Du kan med rette spørge, hvad vi skal med energisætningen. Hvis den aldrig gælder i praksis, hvad nytte er den så til? Jo, den er nyttig, når man vil undersøge hvor effektiv en energiomsætning, man har med at gøre i hvert enkelt tilfælde. Når et vandkraftværk omsætter vandets potentielle energi til kinetisk energi af strømmende vand, kan man beregne hvor lidt eller meget der tabes i forhold til det teoretisk mulige, som energisætningen fortæller. Hvis man for eksempel når op på at bevare 95 % af energien som kinetisk energi, så kun 5 % omsættes til varme, ja, så kan det næppe betale sig at gøre mere for at forbedre de rør vandet strømmer i for at nedsætte gnidning og hvirveldannelse.

ENERGIBEVARSELSENS HISTORIE

Vi forstår nu, hvorfor det tog mange år at overbevise sig om energiens bevarelse. Umuligheden af at lave forsøg uden luftmodstand eller gnidningsmodstand, gjorde det svært. Der vil

altid blive omdannet lidt mekanisk energi til varme, når en proces foregår.

Det var først, da Joule fik forklaret varme som en indre energi, at man kom på rette vej. Helt overbevist blev man først, da varme viste sig at skyldes molekylernes bevægelse, det vil sige deres kinetiske energi. Dette har østrigeren Ludwig Boltzmann (1844 - 1906) æren for.

Desværre tog Boltzmann sit eget liv inden hans indsats blev anerkendt. Stoffets opbygning af atomer og molekyler var nemlig endnu ikke alment accepteret, da han levede. Selv ind i dette århundrede opstod der tvivl om energibevarelsen som et alment princip. Energien syntes ikke at være bevaret ved visse sønderdelinger af atomkerner, se side 188. Danskeren Niels Henrik David Adler Bohr (1885 - 1962) arbejdede i flere år med en teori om, at energien ikke var bevaret i kerneprocesser. Han tog fejl. Selv de dygtigste fysikere laver fejl. Selv de dygtigste fysikere mister ind imellem troen på sig selv. Men historien har lært os, at energibevarelse er et meget dybtliggende princip i naturen.

Eksempler

25. Lad os bruge mekanikkens energisætning til at beregne hastigheden for en kugle på 58,42 gram, som vi ønsker at smide 80 cm op i luften. Vi beregner først kuglens mekaniske (potentielle) energi i toppen

$$mgh_{top} = 0,05842 \text{ kg} \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 0,800 \text{ m} = 0,4589 \text{ J}$$

så vi har

$$\frac{1}{2}mv_{bund}^2 = 0,4589 \text{ J}$$

Nu ganger vi med 2 på begge sider, dividerer med massen og tager kvadratroden

$$v_{bund} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,4589 \text{ J}}{0,05842 \text{ kg}}} = 3,96 \text{ m/s}$$

Kuglen skal smides opad med en fart på 3,96 m/s, hvis vi ser bort fra luftmodstanden. Den virkelige fart skal være en (meget) lille smule større.

26. Formelgymnastik. Måske lagde du mærke til at vi gangede med massen for at beregne den mekaniske energi på 0,4589 J for kuglen i eksempel 20, men at vi så dividerede med massen igen inde under kvadratroden.

Det betyder at vi kunne have klaret os helt uden at benytte massen. Hvordan det? Jo, lad os vise dig noget smart:

Vi er interesserede i hastigheden i bunden, så lad os prøve at isolere den i formel (17') inden vi sætter tal ind

$$\frac{1}{2}mv_{bund}^2 = mgh_{top} \Leftrightarrow$$

$$mv_{bund}^2 = 2mgh_{top} \Leftrightarrow$$

$$v_{bund}^2 = 2gh_{top}$$

Vi kan så finde hastigheden

$$v_{bund} = \sqrt{2 \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 0,800 \text{ m}} = 3,96 \text{ m/s}$$

Det er samme resultat som før, men du kan se, at beregningen var nemmere. Ved at lave bogstavregning (formelgymnastik) kan man spare sig selv for nogle mellemregninger.

Og vi opdager også ny fysik derved: Hastigheden er uafhængig af kuglens masse. Formlen kan bruges på alle former for legemer, hvor vi kan se bort fra luftmodstanden. Og den gælder uanset om vi taler om fald fra en vis højde h_{top} eller om kast op til en sådan højde. Et temmelig "stærkt" resultat

EFFEKT

I dagligsproget taler man om energiforbrug. Fysisk set kan energi ikke forbruges. Energi kan derimod skifte form.

Beliggenhedsenergi i vand kan omdannes til elektrisk energi i et vandkraftværks turbinedrevne generatorer.

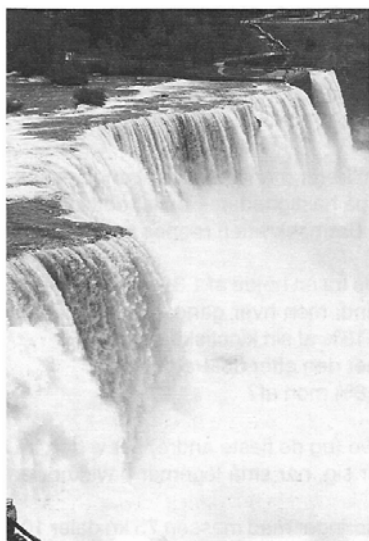
Når energi skifter form, ser vi en virkning i det system, hvori formskiftet sker. En proces forløber. For eksempel ovenfor, hvor turbinen snurrer og generatoren gnistrer. Når megen energi skifter form på kort tid, oplever man det som en voldsom proces.

Som mål for voldsomheden indføres begrebet effekt:

$$P = \frac{E}{t} = \text{omsat energi pr. tidsenhed} \quad (18)$$

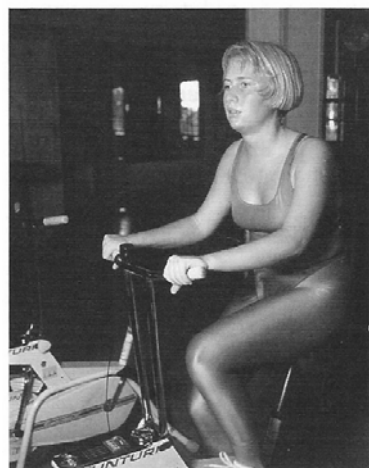
Effektsymbolet P står for power. Et kraftværk kaldes på engelsk "a power plant". Enheden $W = J/s$ for effekt kaldes watt (udtales "vat") efter skotten James Watt (1736 - 1819).

Bemærk, at effekt er et øjebliksbegreb ligesom for eksempel hastighed. Man taler om effektforbrug. På en brødrister står måske 500 W. Det betyder, at den omsætter elektrisk energi med en voldsomhed på 500 Joule pr. sekund - i hvert øjeblik den måtte være tændt!



Figur45

Et vandfald. Jo mere vand, jo større effekt.



Figur46

Kondicykel. Effekten vokser proportionalt med kraft og hastighed.

EFFEKT OG KRAFT

Vi vil finde effekten under et arbejde, hvor en kraft F bevæger et legeme med konstant hastighed v . Det kan være en skoletaske, der slæbes hen over gulvet. Eller det kan være en bilmotor, der driver en bil til at køre ud ad landevejen.

Vi betragter processen i et tidsrum t . Den omsatte energi er det udførte arbejde, så

$$P = E/t = A/t = Fs/t = Fv$$

hvor den sidste omskrivning udnytter, at forholdet mellem den tilbagelagte strækning s og tidsrummet t er legemets øjeblikshastighed v . Vi har altså følgende sammenhæng

$$P = Fv \quad (19)$$

Effekten er proportional med hastigheden og den arbejdende kraft.

Eksempler

27. Hestekraft. James Watt forbedrede dampmaskinen, så man kunne spare brændsel. Dampmaskiner blev først og fremmest anvendt i minedrift, hvor man før havde brugt heste til at trække kullæs op fra skakterne med. For at sælge sin nye maskine måtte Watt derfor finde en måde at sammenligne sin maskines ydelse med hestenes på. Han indførte til det formål begrebet en hestekraft: En hest kan løfte et kullæs på 75 kilogram 1 meter i løbet af 1 sekund. Lad os prøve at regne på det.

Hesten tilfører læsset en potentiel energi på

$$E_{pot} = 75 \text{ kg} \cdot 9,80665 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} = 735,499 \text{ J}$$

Hesten omsætter altså cirka 735,5 Joule pr. sekund så

$$1 \text{ hk} = 735,5 \text{ W}$$

Læg mærke til at en hestekraft ikke er en kraft, men en effekt.

Watts dampmaskine kunne levere en meget stor effekt med et meget mindre brændselsforbrug end man kendte fra en ældre type dampmaskine, som var opfundet af Newcomen. Kunderne havde dog svært ved at tro på besparelsen i Watts maskine. Så han solgte den meget billigt med en betingelse om, at han bagefter skulle have et beløb på en trediedel af brændselsbesparelsen. Men da denne var meget stor, endte det med at blive en temmelig god forretning for Watt.

28. Lad os beregne kraften fra en hundrede hestes bilmotor, der accelererer med fuld motorydelse ved 60 km/h. Vi omskriver (19) og får

$$F = \frac{P}{v} = \frac{100 \text{ hk}}{60 \text{ km/h}} = 4413 \text{ N} \approx 4,4 \text{ kN}$$

Kontrollér selv resultatet. Hvis du ikke kan få det til at passe, er det nok fordi du glemmer at regne hk om til W og km/h om til m/s!